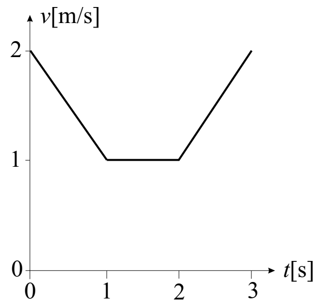
ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ И МИНИСТАРСТВО ЗА ОСНОВНО И СРЕДЊЕ ОБРАЗОВАЊЕ РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ

Решења задатака са општинског такмичења ученика средњих школа школске 1999/2000. год.
I разред

1. На интервалу (0, 1 s) материјална тачка се креће са константним убрзањем интензитета $-1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ уз почетну брзину интензитета $2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, па следи $v = 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - t\cdot\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Пређени пут на овом интервалу је $s_1 = 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cdot 1\,\mathrm{s} - 1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 1^2\,\mathrm{s}^2/2 = 1.5\,\mathrm{m}$ $\boxed{\textbf{2 п}}$. На интервалу (1 s, 2 s) тачка се креће константном брзином интензитета $v = 1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ и прелази пут $s_2 = 1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cdot 1\,\mathrm{s} = 1\,\mathrm{m}$ $\boxed{\textbf{2 п}}$. На интервалу (2 s, 3 s) тачка се креће са константним убрзањем интензитета $1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ уз почетну брзину интензитета $1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, па следи $v = 1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + (t-2\,\mathrm{s})\cdot\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Пређени пут на овом интервалу је $s_3 = 1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cdot 1\,\mathrm{s} + 1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 1^2\,\mathrm{s}^2/2 = 1.5\,\mathrm{m}$ $\boxed{\textbf{2 п}}$. Укупан пређени пут на интервалу (0, 3 s) је $s = s_1 + s_2 + s_3 = 4\,\mathrm{m}$ $\boxed{\textbf{2 п}}$. На слици 1 је приказана временска зависност интензитета брзине тачке.



Слика 1
(сваки сегмент $\boxed{\textbf{4 п}}$)

2. Сендвич је пао на камион у тренутку $t_k = \sqrt{2h/g} \approx 1.01\,\mathrm{s}$, па његова брзина у тренутку $t_1 = 1\,\mathrm{s} < t_k$ има интензитет $v_1 = gt_1 = 9.81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ $\boxed{\textbf{3 п}}$, вертикалан правац и смер наниже $\boxed{\textbf{1 п}}$. У тренутку $t_2 = 3\,\mathrm{s} > t_k$ брзина сендвича је једнака брзини камиона, њен интензитет износи $v_2 = v = 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ $\boxed{\textbf{3 п}}$, а правац јој је хоризонталан $\boxed{\textbf{1 п}}$. Интензитет средњег убрзања сендвича на интервалу (1 s, 3 s) је $a_{\text{ср}} = |\vec{v}_2 - \vec{v}_1|/(t_2 - t_1) = \sqrt{v_2^2 + v_1^2}/(t_2 - t_1)$ $\boxed{\textbf{8 п}}$. Након замене нумеричких вредности датих у задатку добија се $a_{\text{ср}} \approx 5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ $\boxed{\textbf{4 п}}$.

3. За време Δt један беочуг ланца пређе пут $\omega_1 r_1 \Delta t$, односно $\omega_2 r_2 \Delta t$, где је ω_2 интензитет угаоне брзине задњег зупчаника (и задњег точка), па је $\omega_2 = \omega_1 \frac{r_1}{r_2} = 10\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$ $\boxed{\textbf{4 п}}$.

   У систему S_1 брзине свих тачака на ободу точка имају исти интензитет $|\vec{v}_A| = |\vec{v}_B| = |\vec{v}_C| = v_t = \omega_2 R = 3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ $\boxed{\textbf{4 п}}$. Вектор $\vec{v}_A$ је паралелан са подлогом и усмерен је на лево (уназад за физичара), вектор $\vec{v}_B$ је нормалан на подлогу и усмерен је навише, а $\vec{v}_C = -\vec{v}_A$ $\boxed{\textbf{1 п}}$.

   У систему S_2 брзина сваке тачке добија се тако што се на њену брзину из система S_1 дода брзина $\vec{v}$ бицикла у односу на подлогу. За време једног пуног обртаја задњег точка $T = 2\pi/\omega_2$ центар тог точка пређе пут $2\pi R$, па је $v = 2\pi R/T = \omega_2 R = 3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ $\boxed{\textbf{3 п}}$. Вектор $\vec{v}$ је паралелан са подлогом и усмерен на десно (унапред за физичара) $\boxed{\textbf{1 п}}$. Сада имамо $|\vec{v}_A| = v - v_t = 0$ $\boxed{\textbf{2 п}}$, $|\vec{v}_B| = \sqrt{v^2 + v_t^2} = v\sqrt{2} \approx 4.24\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ $\boxed{\textbf{2 п}}$ и $|\vec{v}_C| = v + v_t = 2\,v = 6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ $\boxed{\textbf{2 п}}$. Због $|\vec{v}_A| = 0$ важи $\vec{v}_A = \vec{0}$, вектор $\vec{v}_B$ са подлогом заклапа угао од 45^0 и усмерен је навише, а $\vec{v}_C = 2\,\vec{v}$ $\boxed{\textbf{1 п}}$.

4. Од тренутка t_1 до тренутка t_2 колица су прешла пут $x_2 - x_1$, а од тренутка t_1 до тренутка t_3 пут $x_3 - x_1$. Ако са v_0 означимо интензитет брзине колица у тренутку t_1, онда важи $x_2 - x_1 = v_0(t_2 - t_1) + \frac{1}{2}a(t_2 - t_1)^2$ $\boxed{\textbf{5 п}}$ и $x_3 - x_1 = v_0(t_3 - t_1) + \frac{1}{2}a(t_3 - t_1)^2$ $\boxed{\textbf{5 п}}$. Из прве једначине следи $v_0 = (x_2 - x_1)/(t_2 - t_1) - \frac{1}{2}a(t_2 - t_1)$, па ако то заменимо у другу добијамо

$$x_3 - x_1 = (x_2 - x_1)\frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1} - \frac{1}{2}a(t_2 - t_1)(t_3 - t_1) + \frac{1}{2}a(t_3 - t_1)^2 \Rightarrow a = \frac{2}{t_3 - t_2}\left(\frac{x_3 - x_1}{t_3 - t_1} - \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}\right) \quad \boxed{\textbf{10 п}}.$$

5. Каменчић ће се наћи у највишој тачки своје путање за време t_1 одређено са $v - gt_1 = 0 \Rightarrow t_1 = v/g \approx 2.04\,\mathrm{s}$ $\boxed{\textbf{5 п}}$. Та тачка се налази на висини $H = h + gt_1^2/2 \approx 20.9\,\mathrm{m}$ изнад површине приколице $\boxed{\textbf{5 п}}$. Са те висине каменчић ће пасти на ниво површине приколице за време t_2 одређено са $H = gt_2^2/2 \Rightarrow t_2 = \sqrt{2H/g} \approx 2.06\,\mathrm{s}$ $\boxed{\textbf{5 п}}$. Камион ће за време $t_1 + t_2 \approx 4.10\,\mathrm{s}$ од поласка прећи пут $a(t_1 + t_2)^2/2 \approx 16.8\,\mathrm{m} > 15\,\mathrm{m} = L$, па закључујемо да каменчић неће ударити у приколицу при паду $\boxed{\textbf{5 п}}$.

Задатке припремио: Антун Балаж
Рецензент: др Сунчица Елезовић-Хаџић
Председник комисије: др Мићо Митровић