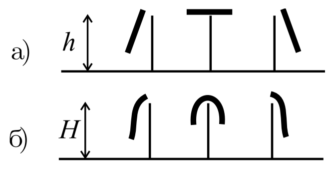
ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ И МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ

Решења задатака са републичког такмичења ученика средњих школа школске 1999/2000. год.
I разред

1. Прескачући летвицу старом техником (слика 1а), скакач одједном претвара сву своју енергију $\frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}mgl$, где је m маса скакача, а v_0 интензитет његове брзине у тренутку одвајања од тла, у потенцијалну енергију mgh $\boxed{\textbf{5 п}}$. Ако користи нову технику (слика 1б), сву енергију претвара у $mg(H - l/4)$ $\boxed{\textbf{10 п}}$, где је H висина летвице, пошто је центар масе скакача спуштен за $l/4$ у односу на летвицу у највишој тачки. Дакле, $H = h + l/4$ $\boxed{\textbf{3 п}}$, па би новом техником скакач прескочио $H = 2.20\,\mathrm{m}$ $\boxed{\textbf{2 п}}$.

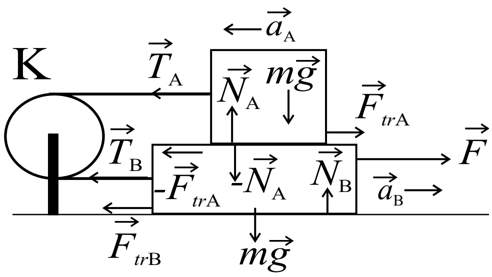


Слика 1

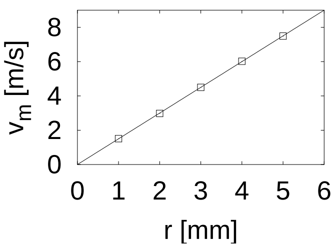
2. За сателит масе m, полупречника путање r и периода ротације T је $\gamma m M_z/r^2 = 4\pi^2 mr/T^2$ $\boxed{\textbf{5 п}}$, односно $\gamma M_z/r^3 = 4\pi^2/T^2$, где је M_z маса Земље. За геостационарни сателит је $\gamma M_z/r_g^3 = 4\pi^2/T_z^2$, где је r_g полупречник геостационарне путање, а $T_z = 1\,$дан $\boxed{\textbf{3 п}}$. Видимо да важи $T^2/T_z^2 = r^3/r_g^3$, па за $r = r_g/4$ добијамо $T = T_z/8$ $\boxed{\textbf{5 п}}$, односно $T = 3\,\mathrm{h}$ $\boxed{\textbf{2 п}}$.

3. Када куглица први пут прође кроз најнижу тачку A, полупречник њене трајекторије постаје $l-h$. Да би направила бар један круг, у највишој тачки B, која је сада на висини $2(l-h)$ $\boxed{\textbf{3 п}}$ у односу на A, мора да важи $mv_{\mathrm{B}}^2/(l-h) > mg$ $\boxed{\textbf{6 п}}$, где је v_{B} интензитет брзине куглице у тачки B. Из закона одржања енергије $mv_{\mathrm{B}}^2/2 + 2mg(l-h) = mgl$ $\boxed{\textbf{6 п}}$ следи $v_{\mathrm{B}}^2 = 4gh - 2gl$, па горњи услов постаје $h > 3l/5$ $\boxed{\textbf{4 п}}$. Наравно, мора да важи и $h < l$ $\boxed{\textbf{1 п}}$, па је коначно $l > h > 3l/5$.

4. Уз ознаке са слике 2, због особина нити и котура је $|\vec{a}_{\mathrm{A}}| = |\vec{a}_{\mathrm{B}}| = a$ $\boxed{\textbf{1 п}}$ и $|\vec{T}_{\mathrm{A}}| = |\vec{T}_{\mathrm{B}}| = T$ $\boxed{\textbf{1 п}}$. Једначине кретања за тело A су $ma = T - F_{tr\mathrm{A}}$ $\boxed{\textbf{3 п}}$ и $0 = mg - N_{\mathrm{A}}$ $\boxed{\textbf{3 п}}$, а за тело B важи $ma = F - F_{tr\mathrm{A}} - F_{tr\mathrm{B}} - T$ $\boxed{\textbf{3 п}}$ и $0 = mg + N_{\mathrm{A}} - N_{\mathrm{B}}$ $\boxed{\textbf{3 п}}$. Интензитети сила трења су $F_{tr\mathrm{A}} = \mu N_{\mathrm{A}}$ $\boxed{\textbf{2 п}}$ и $F_{tr\mathrm{B}} = \mu N_{\mathrm{B}}$ $\boxed{\textbf{2 п}}$. Из једначина за вертикални правац следи $N_{\mathrm{A}} = mg$ и $N_{\mathrm{B}} = 2mg$, па сада једначине за хоризонтални правац постају $ma = T - \mu mg$ и $ma = 3\mu mg - T$, одакле је $a = \mu g$ $\boxed{\textbf{2 п}}$.



Слика 2



Слика 3

5. Из једначине кретања куглице следи $ma = mg - k(r)v$ $\boxed{\textbf{5 п}}$, где је a интензитет њеног убрзања, а m маса. Ако је куглица пуштена са довољне висине, односно ако не падне пре тога, достићи ће брзину $\vec{v}_m$ за коју важи $mg - k(r)v_m = 0$ $\boxed{\textbf{2 п}}$. У том тренутку убрзање куглице биће једнако нули, па се у наредном тренутку њена брзина неће променити, а и убрзање ће остати једнако нули. Дакле, куглица ће наставити да се креће равномерно праволинијски брзином $\vec{v}_m$ $\boxed{\textbf{3 п}}$. Из горњег услова следи $k(r) = mg/v_m = \frac{4}{3}\pi\rho g r^3/v_m$. Експериментални подаци (слика 3) $\boxed{\textbf{5 п}}$ дају $v_m = Ar$ $\boxed{\textbf{3 п}}$, где је $A \approx 1.5 \cdot 10^3\,\mathrm{s}^{-1}$ $\boxed{\textbf{2 п}}$. Сада је $k(r) = Cr^2$ $\boxed{\textbf{3 п}}$, а $C = \frac{4}{3}\pi\rho g/A \approx 123\,\mathrm{kg\,m^{-2}\,s^{-1}}$ $\boxed{\textbf{2 п}}$.

Задатке припремио: Антун Балаж
Рецензент: др Сунчица Елезовић-Хаџић
Председник комисије: др Мићо Митровић