Решења задатака за савезно такмичење из физике ученика средњих школа, школске 2000/2001. год.
II разред

1. Једначине кретања клипа и тега су $Ma = T + p_1S - p_aS$ и $ma = mg - T$, где је M маса клипа. Како је систем у равнотежи, убрзање је $a = 0m/s^2$, па се може наћи притисак гаса у суду пре уклањања преграде $p_1 = p_a - \frac{mg}{S}$, а затим из једначине идеалног гасног стања и температура $T_1 = \frac{p_1Sh}{nR}$. Када се преграда уклони гас из десног дела суда се изотермски рашири и у леви део (систем као целина не врши рад јер је клип фиксиран и пошто се гасу не доводи топлота то је промена унутрашње енергије једнака нули). Новоуспостављени притисак у суду је $p_2 = \frac{nRT_1}{2Sh} = \frac{p_1}{2}$.
   Када се клип пусти да се слободно креће једначине кретања су (смер убрзања је претпостављен на слици) $Ma = T + p_2S - p_aS$ и $ma = mg - T$. Решавањем по a добија се $a = \frac{S}{2(m+M)}(\frac{mg}{S} - p_a) < 0$, па убрзање има смер супротан претпостављеном. Тег ће се кретати навише све док се поново не успостави равнотежа. При томе се клип креће улево сабијајући адијабатски гас при томе све док притисак гаса у суду не постане поново p_1. Растојање које клип пређе при том једнако је висини на коју се тег попне (у односу на равнотежни положај). Из $p_2(2Sh)^\gamma = p_1(S(2h - \Delta h))^\gamma$ добија се $\Delta h = 2h(1 - 2^{-1/\gamma}) = 0.781m$. Крајњи притисак гаса у суду је $p = p_1 = p_a - \frac{mg}{S} = 91.190kPa$, а крајња температура $T_2 = \frac{pS(2h-\Delta h)}{nR} = 133.70K = 134K$.
   Ентропија система ће се мењати само при ширену гаса у леви део суда, јер је процес померања клипа адијабатски. Пре уклањања птеграде ентропија система је била $S_1 = nN_aK\ln W_1 = R\ln W_1$, где је W_1 ермодинамичка вероватноћа стања у коме се гас налази. Када се преграда уклони $S_2 = R\ln W_2$, где је W_2 вероватноћа новог стања. Промена ентропије је $\Delta S = S_2 - S_1 = R\ln\frac{W_2}{W_1}$. Како се при ширењу гаса запремина два пута повећала, то је $\frac{W_2}{W_1} = 2$, па је $\Delta S = R\ln 2 = 5.763J/K$.

2. а) Еквивалентна шема кола је .
   Кроз гране BF и DH не тече струја (извори ε_2 и ε_3 су везани једним својим крајем за кондензаторе). Контура кроз коју тече струја је $AEHGCBA$. Примењујући друго Кирхофово правило на ову контуру добија се $I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_4}{4R} = -\frac{\varepsilon}{2R}$ (знак $-$ говори да је смер струје супротан претпостављеном). Да би одредили наелектрисања на кондензаторима, треба прво одредити напоне на сваком од њих (U_i, $i = 1\ldots4$). Примењујући друго Кирхофово правило на контуре $ABFEA$, $BCGFB$, $CDHGC$ и $AEHDA$ добија се $U_1 = -\frac{3}{2}\varepsilon$, $U_2 = \frac{\varepsilon}{2}$, $U_3 = -\frac{3}{2}\varepsilon$ и $U_4 = \frac{\varepsilon}{2}$ (сада $-$ знаци говоре да су плоче кондензатора наелектрисане супротно претпоставци са слике). Одавде је $q_1 = \frac{3}{2}C\varepsilon$, $q_2 = \frac{1}{2}C\varepsilon$, $q_3 = 3C\varepsilon$ и $C\varepsilon$.
   б) Када се кондензатор замени отпорником $2R$ добија се следеће коло . Ако се претпоставе струје као на слици, ослобођена топлота на отпорнику $2R$ ће бити $Q = 2I_1^2Rt$, па треба одредити струју I_1. Примењујући прво Кирхофово правило у тачки G добија се $I = I_1 + I_2$. Друго Кирхофово правило се може применити на контуре $AEHGCBA$ и $BFGCB$. Тако се добијају једначине $R(3I + I_2) = -3\varepsilon$ и $I_1 = 2I_2$. Решавајући овај систем једначина по I_1 добија се $I_1 = -\frac{6\varepsilon}{11R}$, па је ослобођена топлота за време t $Q = \frac{72\varepsilon^2 t}{121R}$.

3. Нека се ниво воде у суду спусти за x. Бернулијева једначина примењена на пресеке 1 и 2 гласи $\rho\frac{\tilde{v}_1^2}{2} + \rho g(H - x) + p_a + \frac{Mg}{S_1} = \rho\frac{\tilde{v}_2^2}{2} + p_a$. Користећи једначину континуитета $S_1v_1 = S_2v_2$, добија се $v_1^2 = 2g\left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2\left(H + \frac{M}{\rho S_1} - x\right)$, где је искоришћено да је $\left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2 \gg 1$. Како ова једначина има облик $v^2 = v_0^2 - 2as$, где је $a = g\left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2$, види се да се брзина спуштања нивоа воде мења и то равномерно успорено са успорењем a. Почетна брзина добија се за $x = 0$ $v_{10} = \left(\frac{S_2}{S_1}\right)\sqrt{2g(H + \frac{M}{\rho S_1})}$, а крајња брзина за $x = H$ (сва течност је истекла из суда) $v_1 = \left(\frac{S_2}{S_1}\right)\sqrt{2g\frac{M}{\rho S_1}}$. Време потребно да сва вода истече из суда је $t = \frac{v_{10} - v_1}{a} = \frac{S_1}{gS_2}\left(\sqrt{2g(H + \frac{M}{\rho S_1})} - \sqrt{2g\frac{M}{\rho S_1}}\right) = 23.373s$.

4. Електрично поље које потиче од наелектрисања q_1 и q_4 је $\vec{E_1} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 a^2}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{e_x} + \frac{1}{2}\vec{e_y}\right)$. Поље које потиче од наелектрисања q_2 и q_5 је $\vec{E_2} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 a^2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{e_x} + \frac{1}{2}\vec{e_y}\right)$, а поље које потиче од наелектрисања q_3 и q_6 је $\vec{E_3} = \frac{q}{\pi\epsilon_0 a^2}\vec{e_y}$, па је поље које потиче од наелектрисања која су у xy равни $\vec{E_{xy}} = \frac{3q}{2\pi\epsilon_0 a^2}\vec{e_y}$. Поље које потиче од наелектрисања q_7 је $\vec{E_4} = -\frac{3q}{4\pi\epsilon_0 a^2}\vec{e_z}$, па је укупно поље $\vec{E} = \frac{q}{\pi\epsilon_0 a^2}\left(\frac{3}{2}\vec{e_y} - \frac{3}{4}\vec{e_z}\right)$.

5. Када би бакарни диск био ван диска од никла, загревањем од t_1 до t_2 променио би радијус на $r_2' = r_2(1 + \alpha_2 \Delta t)$, где је $\Delta t = t_2 - t_1$. Шупљина у диску би (да у њу није уметнут бакарни диск) при том повећала свој полупречник на $r_2'' = r_2(1 + \alpha_1 \Delta t)$. Како је $\alpha_2 < \alpha_1$ види се да би се полупречник диска повећао више него што би то дозволила шупљина. Због тога се јављају еластичне силе које са једне стране сабијају диск, а са друге стране повећавају радијус шупљине. Као последица деловања тих сила полупречници диска и шупљине ће се променити за неко Δr_2, које је $\Delta r_2'' < \Delta r_2 < \Delta r_2'$, где су $\Delta r_2' = r_2 \alpha_2 \Delta t$ и $\Delta r_2'' = r_2 \alpha_1 \Delta t$. Притисак који се јавља на граници два метала може се наћи коришћењем Хуковок закона за еластичне деформације. Наиме, пошто би радијус бакарног диска требало да буде r_2', а он је мањи од те вредности, следи да је диск сабијен и да је релативна деформација $\delta = (\Delta r_2' - \Delta r_2)/r_2'$. Она је, са друге стране, пропорционална сили која делује нормално на јединицу површине $\delta = \frac{1}{E_2}\frac{F}{S} = \frac{1}{E_2}p$, па је Одавде $p = E_2 \frac{r_2 \alpha_2 \Delta t - \Delta r_2}{r_2(1+\alpha_2 \Delta t)}$. На сличан начин (примењујући Хуков закон на шупљину) добија се $p = E_1 \frac{\Delta r_2 - r_2 \alpha_1 \Delta t}{r_2(1+\alpha_1 \Delta t)}$. Из последње две једначине се за Δr_2 добија $\Delta r_2 = \frac{r_2 \Delta t(\alpha_2 + \alpha_1 \frac{E_1}{E_2})}{1+\frac{E_1}{E_2}} = 9.85 \mu m$, па је полупречник бакарног диска после загревања $\tilde{r_2} = r_2 + \Delta r_2 = 20.01 mm$ (чланови који су квадратни и вишег степена по α су занемарени). За притисак се онда добија $p = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}(\alpha_2 - \alpha_1)\Delta t = 1.48 \times 10^7 Pa$.