РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2001/2002. ГОДИНЕ

Аранђеловац, 11. мај 2002. године

Решења задатака за II разред

1. а) Уколико је притисак који планина на Земљи, висине h и површине основе S, врши на своју основу довољно велик, слој стена при основи ће прећи у течно стање и ефективно планина ће се спустити за Δh $\boxed{2 \text{ п}}$. При томе је утрошена енергија $\Delta U = \lambda \Delta m$ $\boxed{1 \text{ п}}$, где је Δm маса слоја стена који се отопио. Имамо $\Delta m = \rho S \Delta h$, па је утрошена енергија $\Delta U = \lambda \rho S \Delta h$ $\boxed{1 \text{ п}}$. Ова енергија потиче од смањења гравитационе потенцијалне енергије планине $\Delta E_p = mg\Delta h$ $\boxed{1 \text{ п}}$, где је m маса планине. Како је $m = \rho Sh/3$, имамо $\Delta E_p = \rho Shg\Delta h/3$ $\boxed{1 \text{ п}}$. Из услова $\Delta U = \Delta E_p$ добијамо $\lambda = hg/3$. На овај начин ће се висина планине смањивати све док њена маса не буде таква да више не може да изазове топљење стена у подножју. Дакле, закључујемо да је максимална висина планине дата са $h = 3\lambda/g$ $\boxed{1 \text{ п}}$, што је за Земљу приближно $h_Z = 9.8\,\text{km}$ $\boxed{1 \text{ п}}$. За Марс је једначина потпуно иста, само што треба искористити одговарајући интензитет убрзања Марсове теже g_M. Како је $g_M = \gamma M_M/R_M^2$, где је M_M маса Марса, а $\rho_M = 3M_M/4R_M^3\pi$, имамо $M_M = 4\rho_M R_M^3 \pi/3$, одакле је $g_M = 4\gamma\rho_M R_M \pi/3$, односно $g_M = 3.7\,\text{m/s}^2$ $\boxed{1 \text{ п}}$. Коначно, за максималну висину планина на Марсу добијамо $h_M = 3\lambda/g_M$, што је приближно $h_M = 26\,\text{km}$ $\boxed{1 \text{ п}}$. Дакле, можемо да закључимо да и на основу овако једноставног модела можемо да добијемо веома добро слагање са експерименталним подацима, као и да разлика у максималној висини планина на Земљи и Марсу потиче од разлике у интензитетима гравитационог убрзања.

   б) У процесу 2–3 унутрашња енергија система се повећава, а систем врши позитиван рад, што према првом закону термодинамике значи да систем апсорбује одређену количину топлоте Q_1 $\boxed{1 \text{ п}}$. У процесу 4–1 се унутрашња енергија система смањује, а систем не врши никакав рад, па слично претходном случају закључујемо да у овом случају систем предаје одређену количину топлоте Q_2 околини $\boxed{1 \text{ п}}$. Пошто су преостала два процеса адијабатска и при њима нема размене топлоте са околином, према дефиницији, коефицијент корисног дејства мотора је $\eta = (Q_1 - Q_2)/Q_1 = 1 - Q_2/Q_1$ $\boxed{1 \text{ п}}$. За изобарски процес 2–3 важи $Q_1 = nC_p(T_3 - T_2)$ $\boxed{1 \text{ п}}$, док за изохорни процес 4–1 имамо $Q_2 = nC_V(T_4 - T_1)$ $\boxed{1 \text{ п}}$. Сада је $\eta = 1 - \frac{C_V}{C_p}\frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$, односно $\eta = 1 - \frac{1}{\gamma}\frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$. Остаје још да нађемо однос температура. За адијабатски процес 1–2 важи $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$, па је $T_2 = T_1(V_1/V_2)^{\gamma-1}$, односно $T_2 = T_1 a^{\gamma-1}$ $\boxed{1 \text{ п}}$. За изобарски процес 2–3 важи $V_2/T_2 = V_3/T_3$, па добијамо $T_3 = T_2 V_3/V_2 = T_2 b$, односно $T_3 = T_1 a^{\gamma-1} b$ $\boxed{1 \text{ п}}$. За адијабатски процес 3–4 имамо $T_3 V_3^{\gamma-1} = T_4 V_4^{\gamma-1}$, одакле је $T_4 = T_3(V_3/V_4)^{\gamma-1} = T_3(V_3/V_1)^{\gamma-1} = T_3(b/a)^{\gamma-1}$, односно $T_4 = T_1 b^\gamma$ $\boxed{1 \text{ п}}$. Из добијених израза следи $T_4 - T_1 = T_1(b^\gamma - 1)$ и $T_3 - T_2 = T_1 a^{\gamma-1}(b-1)$, па је коначно $\eta = 1 - \frac{1}{\gamma}\frac{b^\gamma - 1}{a^{\gamma-1}(b-1)}$ $\boxed{1 \text{ п}}$. За дате податке је $\eta = 0.53$ $\boxed{1 \text{ п}}$.

2. а) У оба случаја у коначном стању важи једнакост $\vec{F}_t + \vec{F}_p + \vec{Q} = 0$, где је $\vec{F}_t$ сила отпора, $\vec{F}_p$ је сила потиска, а $\vec{Q}$ је тежина куглице. Када је $\rho > \rho_f$, сила потиска је по интензитету мања од тежине тела, куглица се креће вертикално наниже, а сила отпора усмерена је вертикално навише, тако да је $Q = F_t + F_p$ $\boxed{2 \text{ п}}$. Како је $Q = \rho V g$ $\boxed{1 \text{ п}}$, где је $V = \frac{4}{3}R^3\pi$ запремина куглице, $F_t = kR^\alpha v$ $\boxed{1 \text{ п}}$, и $F_p = \rho_f V g$ $\boxed{1 \text{ п}}$, имамо $v = (\rho - \rho_f)Vg/kR^\alpha \Rightarrow v = \frac{4g\pi(\rho - \rho_f)}{3k}R^{3-\alpha}$ $\boxed{3 \text{ п}}$. Како је $1 \leq \alpha < 3$, следи да је $3 - \alpha > 0$, па видимо да интензитет константне брзине v расте са порастом полупречника R куглице $\boxed{2 \text{ п}}$. У случају када је $\rho < \rho_f$, сила потиска је по интензитету већа од тежине тела и куглица ће се кретати вертикално навише, док ће сила отпора бити усмерена вертикално наниже. У овом случају важи $Q + F_t = F_p$ $\boxed{1 \text{ п}}$, а на сличан начин као и у претходном случају добијамо $v = \frac{4g\pi(\rho_f - \rho)}{3k}R^{3-\alpha}$ $\boxed{3 \text{ п}}$. Закључак о порасту v са порастом R и даље важи. Очигледно, у случају када је $\rho = \rho_f$ куглица ће слободно плутати у флуиду $\boxed{1 \text{ п}}$.

   б) Из резултата претходног дела задатка следи да мора да важи $\rho_f - \rho_1 = \rho_2 - \rho_f$ $\boxed{3 \text{ п}}$, одакле је $\rho_2 = 2\rho_f - \rho_1$ $\boxed{2 \text{ п}}$. Како је из услова задатка $\rho_f - \rho_1 > 0$, видимо да је и $\rho_2 = 2\rho_f - \rho_1 > \rho_f - \rho_1 > 0$, што осигурава исправност добијеног резултата.

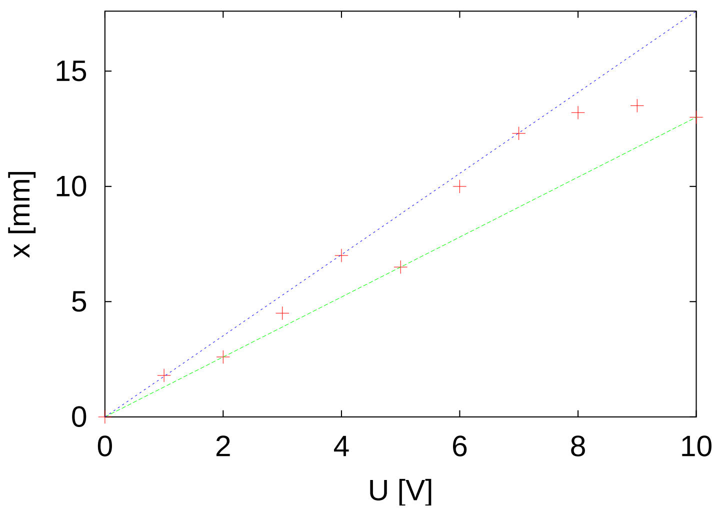
3. а) Када је капљица уравнотежена, важи $mg = qU/d$ $\boxed{2 \text{ п}}$, где је m маса куглице, а q је њено наелектрисање. Одавде је $q = mgd/U$. Када се напон смањи за ΔU, равнотежа је нарушена, па на куглицу делује сила усмерена вертикално наниже интензитета $F = mg - q(U - \Delta U)/d$ $\boxed{2 \text{ п}}$, односно $F = mg\Delta U/U$. Дакле, куглица креће вертикално наниже из мировања са убрзањем интензитета $a = F/m = g\Delta U/U$ $\boxed{2 \text{ п}}$. До доње плоче треба да пређе пут $d/2$ за време T, па важи $d/2 = aT^2/2$ $\boxed{2 \text{ п}}$, одакле је $T = \sqrt{d/a}$, или коначно $T = \sqrt{Ud/g\Delta U}$ $\boxed{2 \text{ п}}$.

б) Закон одржања енергије овде има облик $\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{d_0} - \frac{1}{d}\right)$ $\boxed{\textbf{2 п}}$, а закона одржања импулса гласи $m_1v_1 = m_2v_2$ $\boxed{\textbf{2 п}}$, где је узето да брзине куглица имају супротне смерове. Решавањем овог система добија се $v_1 = \sqrt{\frac{q_1q_2}{2\pi\varepsilon_0}\frac{d-d_0}{d\,d_0}\frac{m_2}{m_1(m_1+m_2)}}$ $\boxed{\textbf{3 п}}$ и $v_2 = \sqrt{\frac{q_1q_2}{2\pi\varepsilon_0}\frac{d-d_0}{d\,d_0}\frac{m_1}{m_2(m_1+m_2)}}$ $\boxed{\textbf{3 п}}$. Како је $q_1q_2 < 0$ и $d - d_0 < 0$, поткорене величине су позитивне, као што и очекујемо.

4. Пре отпуштања клипа важи $p_0V_0 = nRT_0$ $\boxed{\textbf{2 п}}$, где је p_0 почетни притисак хелијума, $V_0 = Sh_0$ је његова запремина, $n = m_H/M$, док је T_0 почетна температура хелијума. После отпуштања клипа притисак хелијума ће порасти на $p_a + mg/S$, па према условима задатка важи $ap_0 = p_a + mg/S$ $\boxed{\textbf{4 п}}$, одакле је $m = (ap_0 - p_a)S/g$. Једначина стања сада има облик $ap_0S(h_0 - \Delta h) = nRbT_0$ $\boxed{\textbf{4 п}}$, па ако је поделимо са првом једначином стања, добијамо $a(1 - \Delta h/h_0) = b$, одакле је $h_0 = \Delta h/(1 - b/a)$. Након загревања хелијума важи $ap_0Sh_0 = nRT$ $\boxed{\textbf{4 п}}$, одакле је $ap_0 = nRT/Sh_0 = m_HRT/MSh_0$. Заменом израза за h_0 добијамо $ap_0 = m_HRT(1 - b/a)/MS\Delta h$, односно $m = m_HRT(1 - b/a)/Mg\Delta h - p_aS/g$ $\boxed{\textbf{4 п}}$. За дате нумеричке вредности добија се $m = 19\,\mathrm{kg}$ $\boxed{\textbf{2 п}}$.

5. а) На уласку у кондензатор електрон има брзину интензитета v_0 дату са $eU_0 = mv_0^2/2$ $\boxed{\textbf{1 п}}$, где је e апсолутна вредност наелектрисања електрона, а m је његова маса, одакле је $v_0 = \sqrt{2eU_0/m}$. Како се пројекција брзине електрона на правац плоча кондензатора не мења и износи v_0, до другог краја кондензатора електрон стигне за време $t_1 = L/v_0$ $\boxed{\textbf{1 п}}$. За то време на њега делује сила нормална на плоче кондензатора интензитета eU/d, па је интензитет убрзања електрона у том правцу једнак $a = eU/md$ $\boxed{\textbf{2 п}}$. За време t_1 електрон добије у том правцу брзину интензитета $v_1 = at_1 = eUt_1/md = eUL/mv_0d$ $\boxed{\textbf{1 п}}$, а са свог првобитног правца кретања отклони се за растојање $x_1 = at_1^2/2 = eUL^2/2mv_0^2d$ $\boxed{\textbf{1 п}}$. Након тога се брзина електрона не мења, па он до уређаја A стигне за време $t_2 = D/v_0$ $\boxed{\textbf{1 п}}$, при чему се отклони за $x_2 = v_1t_2 = eULD/mv_0^2d$ $\boxed{\textbf{1 п}}$. Укупан отклон је, дакле, $x = x_1 + x_2 = \frac{eUL}{mv_0^2d}(L/2 + D)$, односно $x = \frac{UL}{2U_0d}(L/2 + D)$ $\boxed{\textbf{2 п}}$.

б) На слици 1 $\boxed{\textbf{4 п}}$ приказана је графичка зависност отклона x од напона U за дате податке. За $L = d = D$ је $x = \frac{3L}{4U_0}U$, па бисмо очекивали праву линију која полази из координатног почетка, али са слике 1 је очигледно да то нисмо добили. Како су све величине сем напона U_0 које могу да утичу на отклон фиксиране, закључујемо да се напон који убрзава електроне U_0 мењао током експеримента $\boxed{\textbf{2 п}}$. Ако повучемо праве које одговарају најмањој и највећој вредности напона U_0 (између ове две праве налазе се све тачке на графику), на основу њиховог нагиба $k = 3L/4U_0$ моћи ћемо да израчунамо у којем се опсегу вредности кретао напон U_0. Са слике 1 добијамо да је минимални нагиб $k_{min} = 1.30\,\mathrm{mm/V}$ $\boxed{\textbf{1 п}}$, а максимални $k_{max} = 1.76\,\mathrm{mm/V}$ $\boxed{\textbf{1 п}}$, па уз вредност $L = 20\,\mathrm{cm}$ следи да је $U_{0,\,min} = 3L/4k_{max} \approx 85\,\mathrm{V}$, док је $U_{0,\,max} = 3L/4k_{min} \approx 115\,\mathrm{V}$. За вредност напона U_0 можемо да узмемо $U_0 = (U_{0,\,min} + U_{0,\,max})/2$, односно $U_0 \approx 100\,\mathrm{V}$ $\boxed{\textbf{1 п}}$, док грешку ΔU_0 можемо сада да оценимо са $\Delta U_0 \approx 15\,\mathrm{V}$ $\boxed{\textbf{1 п}}$.



Слика 1

Задатке припремио: Антун Балаж
Рецензент: др Милан Кнежевић
Председник комисије: др Мићо Митровић