XXXVII САВЕЗНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2001/2002. ГОДИНЕ

Нови Сад, 31. мај – 2. јун 2002. године

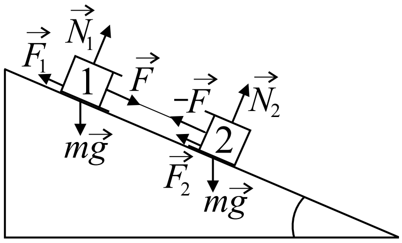
Решења теоријских задатака за II разред

1. Како је $\mathrm{Pa} = \mathrm{N/m^2} = \mathrm{kg\,m^{-1}\,s^{-2}}$, а јединица густине је $\mathrm{kg\,m^{-3}}$, од притиска и густине није могуће направити бездимензиону величину $\boxed{\text{1 п}}$, па брзина звука мора да има облик $v = k\,p^{\alpha}\rho^{\beta}$ $\boxed{\text{1 п}}$, где је k бездимензиона константа. Јединице од $p^{\alpha}\rho^{\beta}$ су $\mathrm{kg}^{\alpha+\beta}\,\mathrm{m}^{-\alpha-3\beta}\,\mathrm{s}^{-2\alpha}$, а јединице брзине су $\mathrm{m\,s^{-1}}$, па мора да важи $\alpha+\beta = 0$, $-\alpha-3\beta = 1$ и $-2\alpha = -1$. Овај систем једначина је сагласан и има јединствено решење $\alpha = 1/2$, $\beta = -1/2$, одакле следи $v = k\sqrt{p/\rho}$ $\boxed{\text{3 п}}$. Како је $p = nRT/V = mRT/MV = \rho RT/M \Rightarrow p/\rho = RT/M$, па је $v = k\sqrt{RT/M}$ $\boxed{\text{1 п}}$. Брзина звука у кисеонику је мања од брзине звука у азоту јер је моларна маса кисеоника већа од моларне масе азота, а $v \sim 1/\sqrt{M}$ $\boxed{\text{1 п}}$. Из формуле за брзину следи $k = v\sqrt{M/RT}$, па за кисеоник и азот из датих података добијамо $k_O = k_N = 0.83$ $\boxed{\text{2 п}}$. Коначан облик формуле за брзину звука у двоатомским гасовима је $v = 0.83\sqrt{p/\rho} = 0.83\sqrt{RT/M}$ $\boxed{\text{1 п}}$.

2. Како се растојање између плоча кондензатора смањује, важи $\Delta d < 0$ и $\Delta d/d_0 = -\delta$, па је $\delta = kp$, одакле следи $p = \delta/k$ $\boxed{\text{1 п}}$, тј. $p = 125\,\mathrm{Pa}$. Интензитет силе којом се међусобно привлаче плоче кондензатора је $F = \frac{1}{2}CU^2/(d_0+\Delta d)$ $\boxed{\text{4 п}}$, па је притисак $p = F/S = \frac{1}{2}CU^2/S(d_0+\Delta d)$ $\boxed{\text{2 п}}$. Овде је $C = \varepsilon_0\,\varepsilon_r(p)\,S\,/\,(d_0+\Delta d)$ $\boxed{\text{1 п}}$ капацитет кондензатора, а S је површина плоча. Из претходне две једначине за притисак добијамо $\varepsilon_r(p) = 2\,\delta\,(d_0+\Delta d)^2/\,k\,\varepsilon_0\,U^2$, а како је $\varepsilon_r(p) = \varepsilon_r(0)(1+ap)$, коначно добијамо $a = 2\,(d_0+\Delta d)^2\,/\,\varepsilon_0\,\varepsilon_r(0)\,U^2 - k/\delta = 2\,d_0^2\,(1-\delta)^2\,/\,\varepsilon_0\,\varepsilon_r(0)\,U^2 - k/\delta$ $\boxed{\text{4 п}}$. За дате податке је $a = 6.9\cdot 10^{-4}\,\mathrm{Pa}^{-1}$ $\boxed{\text{1 п}}$. Како је $\Delta C = C - C_0 = \varepsilon_0\,\varepsilon_r(p)\,S\,/\,(d_0+\Delta d) - \varepsilon_0\,\varepsilon_r(0)\,S\,/\,d_0$, за релативну промену капацитета добијамо $\Delta C/C_0 = (1+ap)/(1-\delta) - 1 = (ap+\delta)/(1-\delta)$ $\boxed{\text{3 п}}$, односно $\Delta C/C_0 = 11\%$ $\boxed{\text{1 п}}$.

3. Брзина материјалне тачке и сфере биће истог правца и смера, па ако са v и V редом означимо њихове интензитете, закони одржања импулса и енергије у тренутку када се материјална тачка нађе у првом отвору сфере имаће облик $mu = mv + mV$ $\boxed{\text{1 п}}$ и $mu^2/2 = mv^2/2 + mV^2/2 + Qq/4\pi\varepsilon_0 R$ $\boxed{\text{1 п}}$. Ако из прве једначине изразимо V и уврстимо у другу, након решавања добијене једначине по v добијамо два решења $v_{1,2} = \frac{1}{2}(u \pm \sqrt{u^2 - Qq/\pi\varepsilon_0 Rm})$ $\boxed{\text{1 п}}$, односно $V_{1,2} = \frac{1}{2}(u \mp \sqrt{u^2 - Qq/\pi\varepsilon_0 Rm})$ $\boxed{\text{1 п}}$. Да би ова решења била реална, мора да важи $u^2 \geq Qq/\pi\varepsilon_0 Rm$, а тада је и $v_{1,2} > 0$ и $V_{1,2} > 0$, као што и очекујемо. Поред горњег услова, да би материјална тачка прошла кроз сферу мора да важи и $v > V$, па коначно добијамо $v = \frac{1}{2}(u + \sqrt{u^2 - Qq/\pi\varepsilon_0 Rm})$ $\boxed{\text{1 п}}$ и $V = \frac{1}{2}(u - \sqrt{u^2 - Qq/\pi\varepsilon_0 Rm})$ $\boxed{\text{1 п}}$, као и тражени услов у облику $u^2 > Qq/\pi\varepsilon_0 Rm$ $\boxed{\text{1 п}}$. Како је унутар сфере електрично поље једнако нули $\boxed{\text{1 п}}$ (када би унутар сфере постојало ненулто електрично поље, за сферу полупречника $r < R$ би, због симетрије, флукс био $\Phi = 4\pi r^2 E(r) = 0$, пошто унутар ње нема наелектрисања, одакле следи $E(r) = 0$), материјална тачка се креће кроз њу константном брзином интензитета $v - V$ $\boxed{\text{1 п}}$ у односу на сферу и укупан пут до изласка, дужине $2R$, прелази за време $T = 2R/(v-V)$, односно $T = 2R/\sqrt{u^2 - Qq/\pi\varepsilon_0 Rm}$ $\boxed{\text{1 п}}$.

4. Када систем достигне динамичку равнотежу, оба суда се низ стрму раван крећу са константним убрзањем интензитета a. Уз ознаке са слике 1, за суд 1 важи $ma = mg\sin\alpha + F - F_1$ $\boxed{\text{2 п}}$ у правцу низ стрму раван, где је F интензитет силе затезања конца, а $F_1 = \mu_1 N_1$ сила трења клизања. За суд 2 у истом правцу важи $ma = mg\sin\alpha - F - F_2$ $\boxed{\text{2 п}}$, где је $F_2 = \mu_2 N_2$. Како је $N_1 = N_2 = mg\cos\alpha$, одузимањем претходне две једначине добијамо $2F = (\mu_1 - \mu_2)mg\cos\alpha \Rightarrow F = \frac{1}{2}(\mu_1-\mu_2)mg\cos\alpha$ $\boxed{\text{3 п}}$. Притисак у оба суда износи $p = p_0 - F/S = p_0 - (\mu_1-\mu_2)mg\cos\alpha/2S = p_0(1-\mu_1+\mu_2)$ $\boxed{\text{2 п}}$. Како је промена притиска адијабатска, ако је T_0 почетна температура, за суд 1 важи $T_0\,p_0^{(1-\gamma_1)/\gamma_1} = T_1\,p^{(1-\gamma_1)/\gamma_1}$ $\boxed{\text{1 п}}$, а за суд 2 важи $T_0\,p_0^{(1-\gamma_2)/\gamma_2} = T_2\,p^{(1-\gamma_2)/\gamma_2}$ $\boxed{\text{1 п}}$, где су γ_1 и γ_2 одговарајући експоненти адијабата. Одавде добијамо $T_1 = T_0(p_0/p)^{(1-\gamma_1)/\gamma_1}$ и $T_2 = T_0(p_0/p)^{(1-\gamma_2)/\gamma_2}$, па је $T_1/T_2 = (p/p_0)^{(\gamma_1-\gamma_2)/\gamma_1\gamma_2}$, тј. $T_1/T_2 = (1-\mu_1+\mu_2)^{(\gamma_1-\gamma_2)/\gamma_1\gamma_2}$ $\boxed{\text{2 п}}$. Како је $\gamma_1 = 5/3$ и $\gamma_2 = 7/5$, коначно добијамо $T_1/T_2 = (1-\mu_1+\mu_2)^{4/35}$, односно $T_1/T_2 = 0.94$ $\boxed{\text{1 п}}$. Да је уместо хелијума у суду 1 био кисеоник, важило би $\gamma_1 = \gamma_2$, односно $(\gamma_1-\gamma_2)/\gamma_1\gamma_2 = 0$, па би однос температура био $T_1/T_2 = 1$ $\boxed{\text{1 п}}$.



Слика 1

5. Ако кроз усамљену струјну електроду тече струја јачине I и утиче у земљу, на растојању r од електроде важи $j(r) = I/2\pi r^2$, пошто се струја равномерно распоређује по површини полусфере. Како је $j(r) = A/\rho r^2$, добијамо $A = I\rho/2\pi$ **5 п**, па је $V(r) = A/r = I\rho/2\pi r$. Ако претпоставимо да кроз електроду S_+ у земљу утиче, а кроз електроду S_- из земље истиче струја I, потенцијали на напонским електродама N_1 и N_2 биће $V_1 = \frac{I\rho}{2\pi}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$ **3 п** и $V_2 = \frac{I\rho}{2\pi}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$ **3 п**. Дакле, разлика потенцијала је $U = V_1 - V_2 = \frac{I\rho}{2\pi}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} - \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$ **2 п**, па је за Wenner-ову конфигурацију $U = I\rho/2\pi a$, одакле је $\rho = 2\pi a U/I$ **3 п**. За дате податке је $\rho = 75\,\Omega\mathrm{m}$ **1 п**. Пошто ће за већа растојања између електрода струја продирати све дубље и дубље у земљу, нехомогености у њеној структури ће постати значајне и специфичан отпор земљишта може значајно да се мења **1 п**.

Задатке припремио: Антун Балаж
Рецензент: др Милан Кнежевић
Председник комисије: др Мићо Митровић