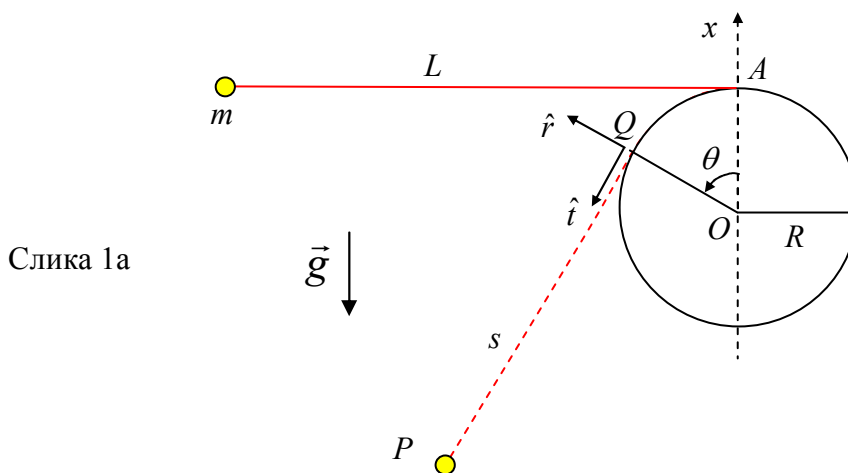


Теоријски задатак 1
Клатно променљиве дужине

Крута цилиндрична шипка полупречника R налази се у хоризонталној равни. Куглица масе m је закачена за врх шипке, помоћу конца занемарљиве масе и дужине L ($L > 2\pi R$), као што је приказано на слици 1a. У почетном тренутку куглица се налази у хоризонталној равни у којој је и тачка A и тада је конач затегнут. Занемарите истезање конца. Претпоставите да је куглица занемарљивих димензија, тј. да се може посматрати као *материјална тачка* и да се креће у вертикалној равни. Гравитационо убрзање је \vec{g} .



Слика 1a

Нека је O координатни почетак лабораторијског координатног система. Када се куглица налази у тачки P , конач је тангенцијалан на цилиндричну површ шипке у тачки Q . Дужину линијског сегмента QP зваћемо s . Ортове (јединичне векторе) у правцу тангенте на цилиндар и у радијалном правцу (у тачки Q) назваћемо \hat{i} и \hat{r} , респективно. Угао θ радијуса OQ мерићемо од вертикалне x -осе и сматраћемо да је *позитиван* уколико се креће *супротно од казаљке на сату*.

Када је $\theta = 0$, дужина s износи L , а гравитациона потенцијална енергија U куглице је *нула*. Како се куглица креће, θ и s се мењају и брзине промене ових величина су $\dot{\theta}$ и \dot{s} , респективно.

Уколико није другачије наглашено, све брзине рачунајте у односу на фиксну тачку O , односно на лабораторијски координатни систем.

Део А

Само у делу А, за све време кретања материјалне тачке, конач је *затегнут*. Користећи се следећим величинама ($s, \theta, \dot{s}, \dot{\theta}, R, L, g, \hat{i}$ и \hat{r}), нађите:

- (a) везу између $\dot{\theta}$ и \dot{s} ; [0.5 бодова]
- (b) вектор брзине \vec{v}_Q покретне тачке Q у односу на тачку O ; [0.5 бодова]
- (c) брзину куглице \vec{v}' (у тачки P), у односу на покретну тачку Q ; [0.7 бодова]
- (d) брзину куглице \vec{v} у односу на фиксну тачку O .; [0.7 бодова]

- (e) тангенцијалну компоненту (у правцу орта \hat{t}) убрзања куглице у односу на фиксну тачку O ; [0.7 бодова]
- (f) гравитациону потенцијалну енергију куглице U када је она у тачки P ; [0.5 бодова]
- (g) интензитет брзине v_m куглице када се она налази у најнижој тачки своје трајекторије. [0.7 бодова]

Део Б

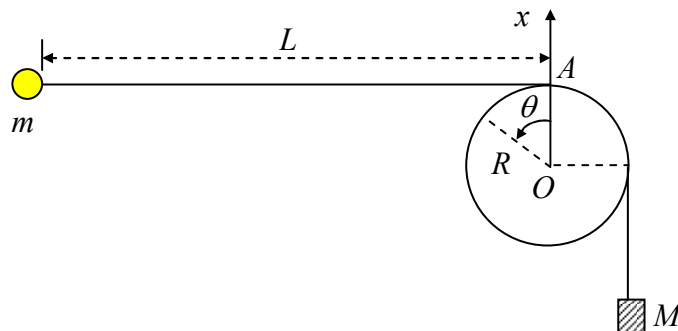
У делу Б овог задатка, однос L и R има следећу бројну вредност:

$$\frac{L}{R} = \frac{9\pi}{8} + \frac{2}{3} \cot \frac{\pi}{16} = 3.534 + 3.352 = 6.886.$$

- (h) Колика је брзина куглице v_s када је део конца од Q до P још увек *раван*, али *најкраћи*? (резултат напишите у функцији од g и R) [2.4 бода]
- (i) Покажите да за дате податке, након што пређе на другу страну шипке, куглица достиже максималну висину и одредите вредност брзине v_H у тој тачки. (резултат напишите у функцији од g и R) [1.9 бодова]

Део В

У делу В, уместо да је закачена у тачки A , куглица масе m је концем пребаченим преко шипке повезана са тегом чија је маса M много већа од масе куглице (слика 16). Тег се такође може третирати као материјална тачка.



Слика 16

У почетном тренутку, куглица мирује у хоризонталној равни у којој је и тачка A тако да део *затегнутог* конца у хоризонталној равни има дужину L . Куглица се тада пусти и тег почне да пада. Претпоставите да се куглица и тег крећу у истој хоризонталној равни, али при том кретању *се занемарују судари између куглице, тега и конца*.

Динамичка сила трења између шипке и конца је занемарљива. Иако је статичка сила трења у стању да доведе до заустављања тега, њен рад *се може занемарити*.

- (j) Претпоставите да заиста долази до заустављања тега када се он спусти за растојање D и да је $L - D \gg R$. Куглица се намота око шипке за $\theta = 2\pi$, а оба дела ненамотаног конца остају равни. Да би се то десило, однос $\alpha = D/L$ треба да буде већи од критичне вредности α_c . Занемарујући чланове реда R/L и више, процените α_c у функцији од M/m .

[3.4 бода]

[Табела за одговоре]

Теоријски задатак 1
Клатно променљиве дужине

(a) Веза између $\dot{\theta}$ и \dot{s} је

(b) Вектор брзине покретне тачке Q у односу на O је

$\vec{v}_Q =$

(c) Када је у P , вектор релативне брзине тачке односу на Q је

$\vec{v}' =$

(d) Када је у P , вектор брзине куглице у односу на O је

$\vec{v} =$

(e) Када је у P , \hat{t} -компонента убрзања честице у односу на O је

(f) Када је у P , честица има гравитациону потенцијалну енергију

$U =$

(g) У најнижој тачки трајекторије, брзина честице је

$v_m =$

(h) Када је линијски сегмент QP још увек раван, али најкраћи, брзина честице је
(израз и нумеричка вредност у функцији од g и R)

$v_s =$

(i) У највишој тачки, брзина честице је (израз и нумеричка вредност у функцији од g и R)

$v_H =$

(j) Изражена преко односа M/m , критична вредност α_c односа D/L је

$\alpha_c =$