Решења задатака за 38. савезно такмичење из физике ученика средњих школа школске 2002/2003. год.

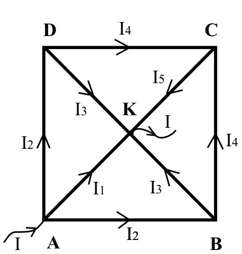
II разред

1. Ако претпоставиму да у првом раму струје теку као на слици 1 (због симетрије) после примене Кирхофових правила имамо: A: $I = I_1 + 2I_2$, B: $I_2 = I_3 + I_4$, C: $I_5 = 2I_4$, $AKBA$: $R_1 I_1 - R_1 I_3 - R_2 I_2 = 0$, $BCKB$: $R_2 I_4 + R_1 I_5 - R_1 I_3 = 0$, где су $R_1 = \rho\frac{a\sqrt{2}}{2S}$ и $R_2 = \rho\frac{a}{S}$. Решавањем система се добије: $I_1 = \frac{2(1+\sqrt{2})}{5+3\sqrt{2}} I$. $U_{AK} = R_1 I_1 = \rho\frac{a\sqrt{2}}{2S}\frac{2(1+\sqrt{2})}{5+3\sqrt{2}} I \Longrightarrow R_{e1} = \rho\frac{a\sqrt{2}}{S}\frac{1+\sqrt{2}}{5+3\sqrt{2}}$.
   За други рам због симетрије слике полазну шему замењујемо еквивалентном на слици 2. Унутрашњи троугао са бесконачно много карика мењамо са отпорником отпора $R_X/2$. После примене Кирхофових правила имамо: E: $I = I_1 + I_2$, G: $I_2 = I_3 + I_4$, $EGHFE$: $\frac{R}{2} I_2 + \frac{R_X}{2} I_3 + \frac{R}{2} I_2 - R I_1 = 0$, $GSHG$: $\frac{R}{2} I_4 + \frac{R}{2} I_4 - \frac{R_X}{2} I_3 = 0$, где је $R = \rho\frac{b}{S}$, а $R_{EF} = R_X$. Решавањем система се добије: $I_1 = \frac{2(R+R_X)}{4R+3R_X} I$. $U_{EF} = R I_1 = R\frac{2(R+R_X)}{4R+3R_X} I \Longrightarrow R\frac{2(R+R_X)}{4R+3R_X} = R_X \Longrightarrow R_X = \frac{1}{3}R(\sqrt{7}-1)$ (друго решење је физички немогуће). $I = \frac{\varepsilon}{R_{e1}+R_X}$, $P = R_{e1} I^2 = \frac{R_{e1}\varepsilon^2}{(R_{e1}+R_X)^2}$.

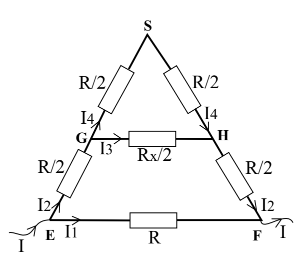
2. Када је прекидач P затворен, напон на кондензтору је константан и једнак електромоторној сили батерије ε. Наелектрисање на кондензатору је: $q_1 = C_1\varepsilon = \varepsilon_0\frac{S}{d-X_1}\varepsilon$, где је S површина плоча кондензатора, а X_1 помак плоче B при заузимању новог положаја равнотеже. Јачина поља у кондензатору је: $E_1 = \frac{\varepsilon}{d-X_1}$. Јачина поља коју производи једна плоча је $E_1/2$, тако да је сила која делује на плочу B: $F_e = \frac{E_1}{2} q_1 = F_{op} = kX_1 \Longrightarrow \frac{\varepsilon_0\varepsilon^2 S}{2(d-X_1)^2} = kX_1$. (*) Када се прекидач P затвори кратко време, кондензатор притом добије наелектрисање: $q_2 = \varepsilon_0\frac{S}{d}\varepsilon$ (плоча се није успела помакнути) и оно до даљњег остаје исто. Нека је у овом положају равнотеже помак плоче B једнак X_2. Јачина поља у кондензатору је $E_2 = \frac{q_2}{C_2(d-X_2)}$, а капацитет кондензатора $C_2 = \varepsilon_0\frac{S}{d-X_2} \Longrightarrow E_2 = \frac{\varepsilon}{d}$. Услов равнотеже плоче B у новом положају равнотеже је: $\frac{E_2}{2} q_2 = kX_2 \Longrightarrow \frac{\varepsilon_0\varepsilon^2 S}{2d^2} = kX_2$. (**) Дељењем једначина (**) и (*) добије се: $X_2 = 0.08d$.

3. Пре отварања вентила гас има параметре: T_1, V_1 и p_1. После отварања вентила након извесног времена кад се успостави термодинамичка равнотежа параметри гаса су: $T_2 = 2T_1$, $V_2 = 2V_1$ и p_1.
   Промена унутрашње енергије је: $\Delta U = C_V(T_2 - T_1) = 3/2RT_1$.
   Пошто је ентропија функција стања и зависи само од почетног и коначног стања, а не зависи од пута којим је систем остварио тај прелазак промену ентропије можемо израчунати преко било којих процеса који повезују та два стања. Једно од могућих решења је дато на слици 3.
   $\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2$, $\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$, $\Delta Q = \Delta U + \Delta A$. При изотермском процесу $\Delta U = 0 \Longrightarrow \Delta Q = \Delta A = nRT\ln\frac{V_X}{V_1} \Longrightarrow \Delta S_1 = \frac{\Delta A}{T} = nR\ln\frac{V_X}{V_1}$. При адијабат ском процесу $\Delta Q = 0 \Longrightarrow \Delta S_2 = 0$.
   13: $T = const \Longrightarrow p_1 V_1 = p_X V_X$, 32: $S = const \Longrightarrow p_X V_X^\gamma = p_1 V_2^\gamma$, $\frac{V_X}{V_1} = 2^{\gamma/(\gamma-1)}$.
   $\gamma = C_p/C_V = 5/3$, $\Delta S = nR\frac{\gamma}{\gamma-1}\ln 2 = \frac{5}{2}R\ln 2$.

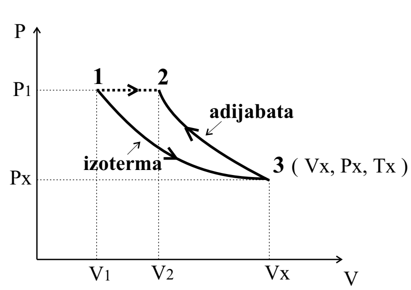
4. а)Притисак на дно вертикалног цилиндра: $p = p_a + \rho gh$. По Паскаловом закону исти притисак делује на нижи крај клипа који се налази у хоризонталном цилиндру. Притисак воде на део клипа који је удаљен по вертикали за y од нижег краја је: $p - \rho gy$. Сила притиска воде на две траке истих ширина на једнаким удаљеностима a од центра клипа (на слици 4 је дат попречни пресек клипа) је: $F_1 + F_2 = [p - \rho g(r+a)]\Delta S + [p - \rho g(r-a)]\Delta S$, где је ΔS површина траке. Када се саберу све силе које делују на по две траке симетричне у односу на симетралу цилиндра добије се да је укупна сила притиска воде на клип: $F_p = (p - \rho gr)S = (p_a + \rho g(h-r))S$, где је S површина клипа $S = \pi r^2$. Да би се клип налазио у равнотежи ова сила мора бити уравнотежена силом притиска атмосфере која на клип делује са леве стране $F_a = p_a S$. $F_p = F_a \Longrightarrow h = r$.
   б)Укупна маса у течности остаје константна $\rho_1(SX + Sh) = \rho_1 S(h + \Delta h) + \frac{\rho_1}{1+\beta\Delta t} S(X + \Delta X) \Longrightarrow \Delta X = (1+\beta\Delta t)(X - \Delta h) - X$, где је $X = \frac{V}{r^2\pi}$, а S је попречни пресек цилиндара.



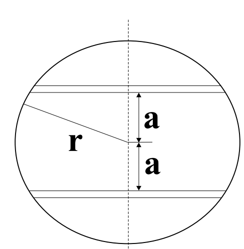
Слика 1



Слика 2



Слика 3



Слика 4

РЕШЕЊЕ ЕКСПЕРИМЕНТАЛНОГ ЗАДАТКА ЗА I и I I РАЗРЕД

Користећи формулу за период физичког клатна $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}$ и Штајнерову теорему $I = I_0 + md^2$ добија се следећа линеарна зависност: $T^2 d = \frac{4\pi^2 I_0}{mg} + \frac{4\pi^2}{g} d^2$, односно $T^2 d = f\left(d^2\right)$. Из вредности коефицијента правца $a = \frac{4\pi^2}{g}$, следи да је $g = \frac{4\pi^2}{a}$. Из вредности одсечка на y - оси $b = \frac{4\pi^2 I_0}{mg}$, следи да је тражена вредност момента инерције клатна у односу на осу која пролази кроз његово тежиште $I_0 = \frac{mgb}{4\pi^2}$.

n	$t_i[\mathrm{s}]$	$d[\mathrm{cm}]$	$\Delta t[\mathrm{s}]$	$t_S[\mathrm{s}]$	$T[\mathrm{s}]$	$T^2 d[\mathrm{s^2 m}]$	$\Delta(T^2 d)[\mathrm{s^2 m}]$	$d^2[\mathrm{cm}^2]$	$\Delta d^2[\mathrm{cm}^2]$
1	9.50 9.43 9.48	12.7	0.04 0.04	9.47	0.947	0.11389 0.104	0.00186 0.0019	161.3 16	2.6 3
2	9.25 9.31 9.34	11.0	0.05 0.05	9.30	0.930	0.09514 0.095	0.00189 0.0019	121 121	2.2 3
3	9.41 9.28 9.34	9.3	0.067 0.07	9.343 9.34	0.9343 0.934	0.08118 0.0812	0.00126 0.0013	86.49 86.5	1.86 1.9
4	9.56 9.56 9.53	7.6	0.02 0.02	9.55	0.955	0.06931 0.0693	0.0012 0.0012	57.76 57.8	1.52 1.6
5	10.28 10.21 10.22	5.5	0.043 0.05	10.237 10.24	1.0237 1.024	0.05764 0.05764	0.00153 0.0016	30.25 30.2	1.1 1.1
6	11.81 11.97 11.91	3.6	0.073 0.08	11.897 11.90	1.1897 1.190	0.051 0.051	0.002 0.002	12.96 13.0	0.72 0.8

Грешке $\Delta\left(T^2 d\right)$ и $\Delta\left(d^2\right)$ се израчунавају као $\Delta\left(T^2 d\right) = T^2 d\left(2\frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta d}{d}\right)$ и $\Delta\left(d^2\right) = 2d \cdot \Delta d$, респективно, при чему су $\Delta T = \frac{\Delta t}{n}$ и $\Delta d = 0.1\,\mathrm{cm}$.

Избором две неексперименталне тачке са праве $T^2 d = f\left(d^2\right)$, нпр. $\mathrm{A}\left(18\mathrm{cm}^2; 0.0525\mathrm{s}^2\mathrm{m}\right)$ и $\mathrm{B}\left(135\mathrm{cm}^2; 0.102\mathrm{s}^2\mathrm{m}\right)$, одређује се коеф. правца као:

$$a = \frac{\left(T^2 d\right)_B - \left(T^2 d\right)_A}{d_B^2 - d_A^2} = \frac{(0.102 - 0.0525)\mathrm{s}^2\mathrm{m}}{(135 - 18)\mathrm{cm}^2} = 4.23\frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{m}}$$

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta\left(T^2 d\right)_B + \Delta\left(T^2 d\right)_A}{\left(T^2 d\right)_B - \left(T^2 d\right)_A} + \frac{\Delta\left(d^2\right)_B + \Delta\left(d^2\right)_A}{\left(d^2\right)_B - \left(d^2\right)_A} = \frac{(0.0189 + 0.002)}{(0.102 - 0.0525)}$$

.

$$\frac{\Delta a}{a} = 0.1102 \Rightarrow \Delta a = 0.47\frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{m}} \qquad \Rightarrow \quad a = (4.2 \pm 0.5)\frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{m}}$$

Пошто је $a = \dfrac{4\pi^2}{g}$, следи да је $g = \dfrac{4\pi^2}{a}$, а његова апсолутна грешка $\Delta g = g\dfrac{\Delta a}{a}$.

$$g = \frac{4\pi^2}{a} = \frac{4\pi^2}{4.23\,\mathrm{s}^2/\mathrm{m}} = 9.3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \qquad \Rightarrow \qquad \Delta g = g\frac{\Delta a}{a} = 9.3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 0.1102 = 1.03\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

$$\Rightarrow \quad g = (9 \pm 1)\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Користећи вредност убрзања Земљине теже g, и вредности одсечка b одређене са графика, може се добити вредност момента инерције клатна у односу на осу која пролази кроз његово тежиште, I_0.

Пошто је $b = \dfrac{4\pi^2 I_0}{mg}$, следи да је $I_0 = \dfrac{mgb}{4\pi^2}$.

Очитана вредност b са графика је $b = 0.045\mathrm{s}^2\mathrm{m}$. Грешка очитавања одсечка b се одређује помоћу најхоризонталније и највертикалније праве које се могу повући у оквиру интервала грешака и износи $\Delta b = 0.004\mathrm{s}^2\mathrm{m}$ (веће одступање, што је овде случај, или половина укупног интервала).

$$I_0 = \frac{mgb}{4\pi^2} = \frac{15.65\cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}\cdot 9.3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 0.045\mathrm{s}^2\mathrm{m}}{4\pi^2} = 1.66\cdot 10^{-4}\,\mathrm{kgm}^2$$

Апсолутна грешка се израчунава по формули $\Delta I_0 = I_0\left(\dfrac{\Delta g}{g} + \dfrac{\Delta b}{b}\right)$.

$$\Delta I_0 = 1.66\cdot 10^{-4}\,\mathrm{kgm}^2\left(\frac{1.03}{9.33} + \frac{0.004}{0.045}\right) = 0.33\cdot 10^{-4}\,\mathrm{kgm}^2$$

$$I_0 = (1.7 \pm 0.4)\cdot 10^{-4}\,\mathrm{kgm}^2$$