РЕПУБЛИКА СРБИЈА
ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ
ИНСТИТУТ ЗА ФИЗИКУ И
ФИЗИЧКИ ФАКУЛТЕТ УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ
Окружно такмичење ученика средњих школа
школске 2003/2004. године
IV разред

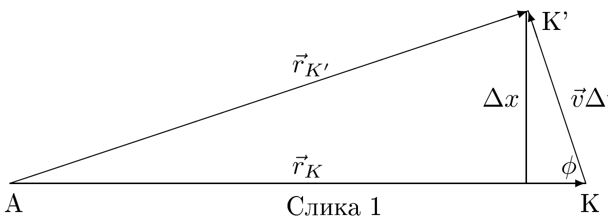
1. Посматрајмо кретање комете током кратког временског инервала Δt од тачке K до K′ (слика 1). Тада важи: $\vec{r}_{\mathrm{KK'}} = \vec{r}_{\mathrm{K}} - \vec{r}_{\mathrm{K'}} = \vec{v}\Delta t$. Компонента брзине комете нормална на правац комета-посматрач је: $v_\perp = \frac{\Delta x}{\Delta t}$, тј. $v_\perp = v\sin\phi$ $\boxed{3\,\text{п}}$. Угаона брзина комете у односу на астронома је: $\omega = \frac{v_\perp}{R} = \frac{v\sin\phi}{R}$ $\boxed{4\,\text{п}}$. Нека је $\Delta t'$ разлика између тренутака времена у којима стижу светлосни сигнали из тачака K и K′. Тада је: $\Delta t' = \Delta t + \frac{(r_{\mathrm{K'}} - r_{\mathrm{K}})}{c}$ $\boxed{7\,\text{п}}$. На основу косинусне теореме је: $r_{\mathrm{K'}}^2 = r_{\mathrm{K}}^2 + v^2\Delta t^2 - 2r_{\mathrm{K}}v\Delta t$. Како је Δt кратак временски интервал, а R велико растојање, то је: $v\Delta t \ll r_{\mathrm{K}}$, па је $r_{\mathrm{K'}} - r_{\mathrm{K}} \approx -v\Delta t\cos\phi$ $\boxed{4\,\text{п}}$. Дакле, $\Delta t' \approx \Delta t(1 - \frac{v}{c}\cos\phi)$ $\boxed{2\,\text{п}}$. „Привидна” брзина комете нормална на правац комета-астроном је: $v'_\perp = \frac{\Delta x}{\Delta t'}$ тј. $v'_\perp = \frac{\Delta x}{\Delta t(1-\frac{v}{c}\cos\phi)} = \frac{v\sin\phi}{1-\frac{v}{c}\cos\phi}$ $\boxed{3\,\text{п}}$. Угаона брзина комете коју види посматрач је: $\omega' = \frac{v'_\perp}{R}$, тј. $\omega' = \frac{v\sin\phi}{R(1-\frac{v}{c}\cos\phi)}$ $\boxed{2\,\text{п}}$.

2. Из закона одржања импулса следи: $p_1\sin\frac{\theta}{2} = p_2\sin\frac{\theta}{2}$ и $p = p_1\cos\frac{\theta}{2} + p_2\cos\frac{\theta}{2}$ $\boxed{2\,\text{п}}$, одакле је $p_1 = p_2 = p'$ и $p' = \frac{p}{2\cos\frac{\theta}{2}}$ $\boxed{2\,\text{п}}$. Закон одржања енергије гласи: $T = T_1 + T_2 = 2T'$,тј. $T' = \frac{T}{2}$ $\boxed{3\,\text{п}}$. Ако се искористи релација $p^2c^2 = T(T + 2mc^2)$ $\boxed{2\,\text{п}}$, добија се: $\frac{p^2}{p'^2} = \frac{T(T+2mc^2)}{T'(T'+2mc^2)} = 4\frac{(T+2mc^2)}{(T+4mc^2)}$ $\boxed{3\,\text{п}}$. Дакле угао под којим су се разлетели протони после судара је: $\cos\theta = \frac{T}{(T+4mc^2)}$ $\boxed{3\,\text{п}}$.

3. Током кратког временског интервала Δt лопта апсорбује $n\Delta t$ фотона. Импулс сваког фотона је $\frac{h}{\lambda}$. Импулс лопте се за време Δt повећа за: $\Delta p = \frac{h}{\lambda}n\Delta t$ $\boxed{3\,\text{п}}$. Убрзање центра масе лопте је: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{nh}{m\lambda}$ $\boxed{2\,\text{п}}$. Како је момент импулса сваког фотона $\hbar$ за време Δt момент импулса лопте се повећа за: $\Delta L = n\hbar\Delta t$ $\boxed{3\,\text{п}}$. Угаоно убрзање лопте је: $\alpha = \frac{\Delta L}{I} = \frac{n\hbar}{I}$ $\boxed{3\,\text{п}}$. Како је интензитет снопа константан, a и α су константни, па је: $l = \frac{at^2}{2}$ $\boxed{2\,\text{п}}$ и $\phi = \frac{\alpha t^2}{2}$ $\boxed{2\,\text{п}}$, одакле се добија: $l = \frac{4\pi r^2}{5\lambda}\phi$ $\boxed{4\,\text{п}}$. Док се лопта обрне око своје осе, тј. за $\Delta\phi = 2\pi$ $\boxed{1\,\text{п}}$, центар масе лопте пређе пут: $\Delta l = \frac{8\pi^2 r^2}{5\lambda}$ $\boxed{3\,\text{п}}$. Заменом бројних вредности се добија: $\Delta l = 1,6\,\mathrm{mm}$ $\boxed{2\,\text{п}}$.

4. Гранични услови које мора да задовољава таласна функција $\psi(x)$ су $\psi(0) = 0$ и $\psi(l) = 0$ $\boxed{2\,\text{п}}$. Одавде се добија $C_2 = 0$ и $\sin kl = 0$ $\boxed{2\,\text{п}}$. Дозвољене вредности k су $k_n = \frac{n\pi}{l}$ $\boxed{2\,\text{п}}$, па су таласне функције које описују стационарна стања: $\psi_n(x) = A_n\sin\frac{n\pi x}{l}$ $\boxed{2\,\text{п}}$. Из Шредингерове једначине: $\psi''(x) + \frac{2m}{\hbar^2}E\psi(x) = 0$, или везе енергије и импулса $E = \frac{\hbar^2k^2}{2m}$ $\boxed{2\,\text{п}}$ следи да су енергије стационарних стања: $E_n = n^2\frac{h^2}{8ml^2}$ $\boxed{5\,\text{п}}$.

5. Протони који се сударају са металном сфером предају своје наелектрисање сфери, тј. сфера постаје позитивно наелектрисана. Интеракција између протонског снопа и наелектрисане сфере модификује трајекторију снопа, тако да у једном тренутку протони престају да се сударају са сфером. Они пролазе у непосредној близини сфере. Протони су нерелативистики па из закона одржања енергије следи: $E = e\varphi + \frac{1}{2}mv^2$ $\boxed{5\,\text{п}}$, где је m маса, e наелектрисање, а v брзина протона. Закон одржања момента импулса гласи: $mv_0d = mvr$ $\boxed{5\,\text{п}}$, где је v_0 почетна брзина протона. Даље је: $\frac{1}{2}mv^2 = \left(\frac{d}{r}\right)^2 E$ $\boxed{4\,\text{п}}$. Дакле коначни потенцијал сфере је: $\varphi = \left(1 - \frac{d^2}{r^2}\right)\frac{E}{e}$ $\boxed{4\,\text{п}}$. Заменом бројних вредности добија се $\varphi = 1500\,\mathrm{V}$ $\boxed{2\,\text{п}}$.



Слика 1