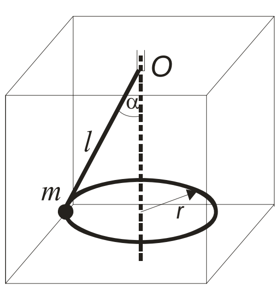
ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ И ЦРНЕ ГОРЕ
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЈЕТЕ И НАУКЕ РЕПУБЛИКЕ ЦРНЕ ГОРЕ
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ И СПОРТА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ
МИНИСТАРСТВО ЗА ПРОСВЈЕТУ, НАУКУ И КУЛТУРУ РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ

Задаци за савезно такмичење ученика средњих школа

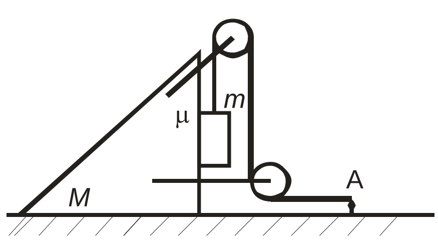
27-29. мај 2005.

Први разред

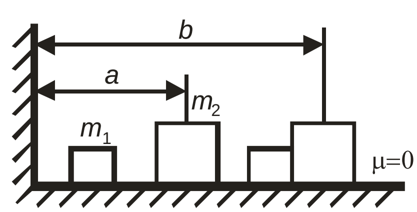
1. За систем представљен на слици 2, позната је маса призме M=9kg као и маса тела које виси на концу, m=2,6kg. Конац је занемарљиве масе и неистегљив. Део конца који иде од горњег котура до тела масе m увек стоји вертикално а у тачки А је конац фиксно везан за подлогу. Трење постоји само између тела масе m и вертикалне стране призме а коефицијент трења је μ=0,3. Котури могу да ротирају без трења а њихове масе се занемарују. Одредити убрзање тела масе m према хоризонталној површини по којој призма клизи без трења.
2. Са површине Земље масе M_z и полупречника R_z=6370km, избаци се пројектил ка Месецу у правцу који спаја центре маса ова два небеска тела. Маса месеца и убрзање на његовој површини износе M_m=M_z/81 и g_m=g/6 (g је убрзање на површини Земље). Растојање између центара Земље и Месеца је D=60R_z. кретање ових тела се занемарује као и силе отпора између пројектила и средине кроз коју се крећу. Колики је минимални интезитет брзине v_o којом би требало избацити пројектил са Земље да би он стигао до Месеца? Колики је у том случају интезитет брзине v_2 којом ће пројектил погодити Месец?
3. Танка еластична, неистегљива нит, занемарљиве масе, је везана за непокретну осовину, слика 1. На крају нити је привезана куглица масе m. Осовина приморава куглицу да се креће по кружници полупречника r у хоризонталној равни тако да нит описује конусну површину са полууглом при врху од α=30º. Дужина нити је l. Систем се налази у непокретном лифту. Наћи период кретања куглице T по кружници и силу затезања нити N. Наћи вредности T и N за случај када полупречник тежи нули. Наћи период кретања куглице по кружници и силу затезања нити када лифт слободно пада.
4. По хоризонталној глаткој подлози се креће тело масе m_1, слика 3. На растојању a = 2m од вертикалног зида, нееластично се судара са телом масе m_2 = 4m_1 које се налази у стању мировања. После судара тело масе m_1 се креће дуж истог правца ка вертикалном зиду од кога се апсолутно еластично одбија и на растојању b = 14m поново се судара са телом масе m_2. Колики је део кинетичке енергије прешао у друге облике енергије при првом судару тела? Димензије тела занемарити а резултат изразити у процентима.
5. На хоризонталну траку транспортера угља, која се креће равномерно брзином v=5m/s, је испуштена са веома мале висине коцкаста креда, тако да је приликом падања једна страна коцке увек задржавала хоризонталан положај. Након пада креда оставља траг по траци транспортера дужине s = 5m. Након заустављања креде на траци мотори се искључе а трака наставља да се креће убрзањем a = - 5m/s^2 све до заустављања. Одредити нову дужину трага који остави креда по траци до поновног заустављања.



Слика 1.



Слика 2.



Слика 3.

Задатке припремио: Сава М. Д. Галијаш
Рецензент: Александар Срећковић
Председник комисије: Мићо Митровић

ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ И ЦРНЕ ГОРЕ
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЈЕТЕ И НАУКЕ РЕПУБЛИКЕ ЦРНЕ ГОРЕ
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ И СПОРТА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ
МИНИСТАРСТВО ЗА ПРОСВЈЕТУ, НАУКУ И КУЛТУРУ РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ
Решења задатака са савезног такмичења ученика средњих школа
27-29. мај 2005.
Први разред

1. Када се систем препусти самоме себи, тело масе m ће се спуштатиниз вертикалну површину призме док ће се призма померити с лева на десно. Уведимо инерцијални хОу и неинерцијални систем х\`О\`у\` као на слици 1. Нека је $a_m$\` убрзање тела масе m у односу на призму а a_M убрзање призме у односу на подлогу. Интезитет силе затезања у концу S је свуда исти. Једначине кретања призме $Ma_M=S-N$ и тела масе m дуж х\` правца $N-ma_M=0$ и дуж у\` правца $mg-\mu N-S=ma_m$\`, где је N интезитет силе реакције призме која се јавља услед инерцијалне силе $ma_M$. Пошто је конац неистегљив, $a_m$\`$=a_M$ па на основу једначине кретања следи: a_m\`$=g/(2+\mu+(M/m))=1{,}7\,\mathrm{m/s^2}$. Интезитет убрзања тела масе $m$ према подлози тј. у инерцијалном систему је: $a_m=\sqrt{a_{m`}{}^2+a_M{}^2}=\sqrt{2}a_{m`}=g\sqrt{2}/\left(2+\mu+\left(M/m\right)\right)=2{,}4\,m/s^2$.
2. Да би смо израчунали тражене брзине потрбно је одредити место где се налази тачка А у којој је привлачна сила Земље једнака привлачној сили Месеца. Ако је тело избачено минималном брзином да би стигло у тачку A, онда је брзина тела у тачки A нула. Из израза за гравитационе силе Земље и Месеца у тачки A имамо: $F_z=F_m \Rightarrow M_z/R_1^2=M_m/(D-R_1)^2 \Rightarrow R_1=9D/10=54R_z$, $R_2=6R_z$ где су R_1 и R_2 растојања тачке A од центра Земље, односно месеца. У гравитационом пољу се одржава тотална енергија тела, тј. $E_{tot}=E_p+E_k=\mathrm{const.}$ (*), где је E_p укупна потенцијална енергија тела (референтни ниво у бесконачности) а $E_к$ је укупна кинетичка енергија тела. Примена (*) за тачку на површини Земље и тачку A даје минималну v_o: $-gR_z-g_m\dfrac{R_m{}^2}{D-R_z}+\dfrac{v_o{}^2}{2}=-g\dfrac{R_z{}^2}{R_1}-g_m\dfrac{R_m{}^2}{R_2}$, где је $g=\gamma\dfrac{M_z}{R_z{}^2}$ и $g_m=\gamma\dfrac{M_m}{R_m{}^2}$ па следи: $R_m=R_z\sqrt{gM_m/g_mM_z}=0{,}272R_z \Rightarrow v_o=0.991v_{II}=11{,}08\,km/s$, где је $v_{II}=\sqrt{2gR_z}$ друга космичка брзина за Земљу. Применом (*) за тачку A и површину Месеца имамо: $-g\dfrac{R_z{}^2}{R_1}-g_m\dfrac{R_m{}^2}{R_2}=-g\dfrac{R_z{}^2}{D-R_m}-g_mR_m+\dfrac{v_2{}^2}{2}$, тако да је брзина којом пројектил удара у Месец: $v_2=2{,}28$ km/s $\approx 0{,}2v_{II}$.
3. Посматрано из инерцијалног система на тела делују центрипетална сила и представља суперпозицију силе затезања нити и тежину куглице. Из сличности троуглова шрафираних наслици 2, $F/mg=r/\sqrt{l^2-r^2} \Rightarrow F=mgr/\sqrt{l^2-r^2}$, пошто је $F=mv^2/r$ где је v брзина коју има куглица при кретању по кружници полупречника r, $\Rightarrow \dfrac{v^2}{r}=\dfrac{gr}{\sqrt{l^2-r^2}} \Rightarrow v=r\sqrt{\dfrac{g}{\sqrt{r^2-l^2}}}$ (*). Период се добија из $v=2\pi r/T \Rightarrow T=2\pi\sqrt{\sqrt{l^2-r^2}/g}$. Сличности троуглова даје: $N/mg=l/\sqrt{l^2-r^2} \Rightarrow N=mgl/\sqrt{l^2-r^2}$, $r\to 0$ $T=2\pi\sqrt{l/g}$, $N\approx mg$. Када лифт слободно пада убрзањем g, на куглицу делује инерцијална сила интезитета mg супротног смера тежини куглице вршећи компензацију тежине куглице. Једина сила која преостаје је сила затезања која сада игра улогу центрипеталне силе која делује на куглицу која кружи по кругу полупречника l брзином v из (*). $N_{sp}=mv^2/l=mr^2g/(l(\sqrt{l^2-r^2}))=Nr^2/l^2=N\sin^2\alpha \Rightarrow T_{sp}=2\pi l/v=T/\sin\alpha$.

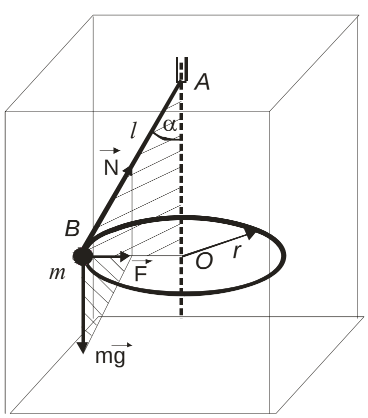
4. Губитак кинетичке енергије износи $\Delta E_{k1}=E_{k1}-(E_{k1}`+E_{k2}`)$, при чему су $E_{\kappa 1}`=m(v_1`)^2/2$ и $E_{k2}`=m_1(v_2`)^2/2$ кинетичке енергије тела масе m_1 и m_2 респективно, после првог судара.

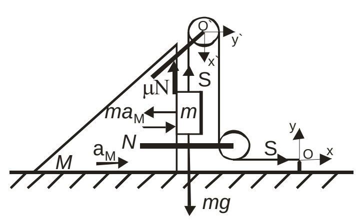
   Релативна промена кинетичке енергије тела масе m_1 је: $\dfrac{\Delta E_{k1}}{E_{k1}}=1-\left(\dfrac{v_1`}{v_1}\right)^2-4\left(\dfrac{v_2`}{v_1}\right)^2$ (*).

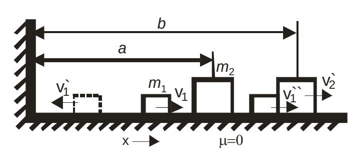
   Судар тела је нееластичан, из зак. одрж. импулса следи: $m_1v_1=-m_1v_1`+m_2v_2` \Rightarrow v_1=4v_2`-v_1`$. Судар са зидом је еластичан $\Rightarrow v_1''=v_1`$. Гледајући времена у судару, важи: $\dfrac{a}{v_1`}+\dfrac{b}{v_1''}=\dfrac{a+b}{v_1`}=\dfrac{b-a}{v_2`}\Rightarrow\dfrac{v_1`}{v_1}=\left(4\dfrac{b-a}{a+b}-1\right)^{-1}=0{,}5$ односно $\dfrac{v_2`}{v_1}=\left(4-\dfrac{a+b}{b-a}\right)^{-1}=0{,}375$.

   Сменом у (*) $\Rightarrow \Delta E_{\kappa 1}/E_{\kappa 1}=0{,}1875$ (18,75%).

5. У систему везаном за траку изгледа као да смо на непокретну траку пустили креду брзином v=5m/s. Нека јој је маса m. Кинетичка енергија се у потпуности троши на рад против сила трења, тј: $0{,}5mv^2=\mu mgs$ па је коефицијент трења $\mu=v^2/2gs$. По искључењу транспортера, систем постаје неинерцијалан, тј. на креду делује инерцијална сила ma. Ако $ma\leq\mu mg$, креда се неће кретати по траци. Услов даје $a\leq v^2/2s$=2,5m/s^2. Пошто је наше a=5m/s^2, креда ће и после оставити траг дужине s_1. Нађимо s_1. По заустављању транспортера креда ће поседовати почетну брзину различиту од нуле и под дејством силе трења ће наставити да се креће успорено. Време заустављања транспортера је $t_1=v/a$. Успорење креде a_1 налазимо из $ma_1=ma-T$. Сила трења је $T=\mu mg \Rightarrow a_1=a-v^2/2s$ па је пут који прелази креда у току заустављања транспортера: $\dfrac{1}{2}\left(a-\dfrac{v^2}{2s}\right)\dfrac{v^2}{a^2}$. У тренутку заустављања транспортера, брзина креде је: $v_1=a_1t_1=\left(a-\dfrac{v^2}{2s}\right)\dfrac{v}{a}$. Убрзање креде после заустављања транспортера је $a_2=T/m=\mu g=v^2/2s$ а време кретања креде од тог тренутка до коначног заустављања је: $t_2=v_1/a_2=((2as/v^2)-1)v/s$ и за то време она прелази пут $0{,}5v^2/2s((2as/v^2)-1)^2v^2/a^2$. Тражена вредност дужине трага s_1 је: $s_1=\dfrac{1}{2}\left(a-\dfrac{v^2}{2s}\right)\dfrac{v^2}{a^2}+\dfrac{1}{2}\dfrac{v^2}{2s}\left(\dfrac{2as}{v^2}-1\right)^2\dfrac{v^2}{a^2}=\left(a-\dfrac{v^2}{2s}\right)\dfrac{s}{a}=2{,}5$m.







Задатке припремио: Сава М. Д. Галијаш
Рецензент: Александар Срећковић
Председник комисије: Мићо Митровић