Друштво физичара Србије и Црне Горе
Министарство просвете и спорта Републике Србије
Министарство просвјете и науке Републике Црне Горе
Министарство за просвјету, науку и културу Републике Српске
40. Савезно такмичење из физике, Петровац 2005.

II разред

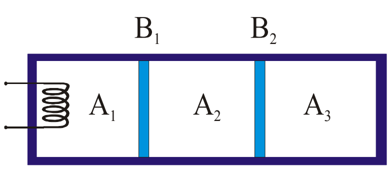
1. *Два идеална гаса, једноатомски и двоатомски, су међусобно измешани и њихова мешавина такође представља идеалан гас. Мешавина задовољава једначину адијабатског процеса са коефицијентом* $\gamma = 11 / 7$. *Нека* n_1 *и* n_2 *означавају број молова једноатомског и двоатомског гаса у мешавини, респективно. Наћи однос* n_1 / n_2. (15 п.)

2. *Цилиндар адијабатских зидова подељен је на три једнака дела* A_1, A_2 и A_3 *(види слику 1) топлотно непропусним клипом* B_1 *и топлотно пропусним клипом* B_2. *Клипови могу клизити без трења. Сваки део цилиндра садржи* 0,1 mol *идеалног двоатомног гаса. Почетни притисак* $p_0 = 10^5$ Pa *и температура гаса* $T_0 = 300$ K *су у свим деловима исти. Затим се гас у делу* A_1 *полако загрева до тренутка када температура гаса у делу цилиндра* A_3 *достигне температуру* $T_3 = 340$ K, *када се успостави равнотежа. а) Израчунати притисак, температуру, запремину и промену унутрашње енергије гаса у коначном стању у сваком појединачном делу цилиндра, а такође и укупну енергију која је била предата гасу при загревању у делу* A_1. *б) Израчунати све као и под а) у случају да су клипови* B_1 и B_2 *адијабатског типа.* (25 п.)

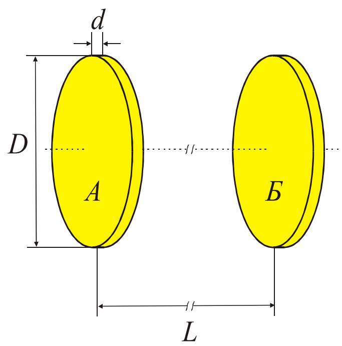
3. *Живин термометар стављен је у парни котао, тако да му се виде подељци скале изнад подељка који означава* $t_{pod} = 27^\circ$C. *Део термометра изнад овог подељка скале је на температури просторије, која износи* $t_1 = 30^\circ$C. *Колика је температура у котлу* t, *ако термометар показује* $t_2 = 170^\circ$C. *Градуисање термометра је извршено у условима при којима је цео термометар био на истој температури. Коефицијент запреминског ширења живе износи* $\gamma = 1{,}8 \cdot 10^{-4}$ 1/°C. *Занемарити ширење скале и стаклених делова термометра при загревању.* (20 п.)

4. *Два идентична бакарна новчића А и Б пречника* $D = 1$ cm *и дебљине* $d = 1$ mm *налазе се, паралелни један у односу на други, на међусобном растојању од* $L = 10$ m *(види слику 2). Новчић А наелектришемо наелектрисањем* $Q = 4 \times 10^{-4}$ C. *а) Како ће се расподелити и која је бројна вредност индукованих наелектрисања на новчићу Б? б) Коликом додатном количином наелектрисања треба наелектрисати новчић Б, да би сила међусобног дејства између новчића била једнака нули? Узети да је* $1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \times 10^9\ \mathrm{m \cdot F^{-1}}$. (20 п.)

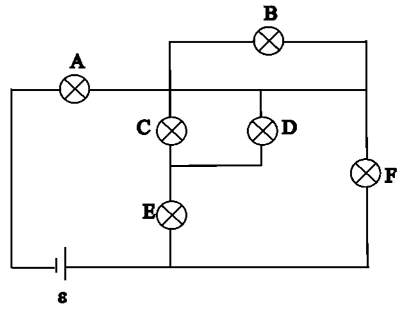
5. *Одредити јачине струја које пролазе кроз сваку сијалицу, те снагу и редослед јачине светљења сијалица на слици 3. Претпоставити да је отпор сваке сијалице исти.* (20 п.)



слика 1



слика 2



слика 3

Задатке припремио: мр Душко Борка
Рецезент: др Драган Маркушев
Председник комисије: др Мићо Митровић

Друштво физичара Србије и Црне Горе
Министарство просвете и спорта Републике Србије
Министарство просвјете и науке Републике Црне Горе
Министарство за просвјету, науку и културу Републике Српске
40. Савезно такмичење из физике, Петровац 2005.

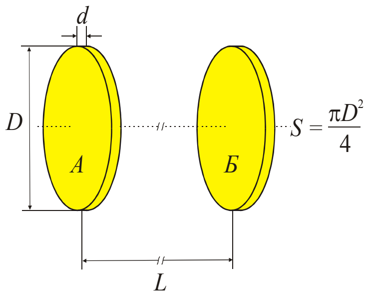
Решења задатака
II разред

1. На основу првог принципа термодинамике можемо написати: $\Delta Q = \Delta U + P \cdot \Delta V$. За један mol идеалног гаса користимо следеће величине: C_P и C_V – моларне специфичне топлоте при константном притиску и при константној запремини; U – унутрашња енергија. Имамо: $C_P = (\Delta Q / \Delta T)_{P=const} = \Delta U / \Delta T + P \Delta V / \Delta T$ и $U = C_V \cdot T$; $\Delta U = C_V \cdot \Delta T$. Једначина стања (за 1 mol) је: $P \cdot \Delta V = R \cdot \Delta T$, па се добија $C_P = C_V + R$, где је R – гасна константа. Унутрашњу енергију добијамо као суму: $U = U_1 + U_2 = n_1 C_{V1} T + n_2 C_{V2} T$. За мешавину гасова важи: $(n_1 + n_2) C_V = n_1 C_{V1} + n_2 C_{V2}$, па је: $C_V = (n_1 C_{V1} + n_2 C_{V2}) / (n_1 + n_2)$. Добро је познато да је: $\gamma = C_P / C_V = (5 n_1 / n_2 + 7) / (3 n_1 / n_2 + 5)$ (за једноатомски и двоатомски гас). Пошто знамо да је: $\gamma = 11/7$ отуда је: $11/7 = (5 n_1 / n_2 + 7) / (3 n_1 / n_2 + 5)$. Решавајући ову једначину добијамо: $n_1 / n_2 = 3$.

2. а) По постигнутој равнотежи притисци гаса у свим деловима цилиндра биће исти ($p_1 = p_2 = p_3$). Температура гаса у деловима A_2 и A_3 ће бити такође иста (топлотно пропусни клип B_2) и износиће $T_2 = T_3 = 340$ K. Пошто су масе гаса у A_2 и A_3 исте, следи да и њихове запремине V_2 и V_3 морају да буду исте. Промене стања гаса у деловима A_2 и A_3 су адијабатске, па је $p_3 = p_2 = p_0 \left(\frac{T_2}{T_0} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$. У почетном стању запремине свих делова су једнаке и износе $V_0 = 0{,}1 R T_0 / p_0$. На крају процеса су запремине у деловима A_2 и A_3 једнаке и износе $V_2 = V_3 = 0{,}1 R \frac{T_2}{p_2} = \left(0{,}1 R \frac{T_0}{p_0} \right) \left(\frac{T_0}{T_2} \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}} = \frac{8{,}314 \cdot 0{,}1 \cdot 300}{10^5} \left(\frac{300}{340} \right)^{\frac{5}{2}} \text{ m}^3 = 1{,}823 \times 10^{-3} \text{ m}^3$. Притисци гаса на крају процеса су $p_3 = p_2 = 0{,}1 R T_2 / V_2 = 1{,}551 \times 10^5 \text{ Pa} = p_1$. Запремина V_1 се може наћи из $V_1 = 3 V_0 - (V_2 + V_3) = 3 V_0 - 2 V_0 \left(\frac{T_0}{T_2} \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}} = 3{,}837 \times 10^{-3} \text{ m}^3$. Температура гаса у делу A_1 је $T_1 = \frac{p_1 V_1}{0{,}1 \cdot R} = \frac{p_2 V_1}{0{,}1 \cdot R} = 715 \text{ K}$. Промена унутрашње енергије гаса у делу A_1 је $\Delta U_1 = 0{,}1 C_V (T_1 - T_0) = 862{,}2 \text{ J}$. У деловима A_2 и A_3 промена унутрашње енергије гаса износи $\Delta U_2 = \Delta U_3 = 0{,}1 \cdot C_V (T_2 - T_0) = 83{,}1 \text{ J}$. Укупна енергија која је предата гасу при загревању једнака је, на основу закона о одржању енергије, $\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 + \Delta U_3 = 1028 \text{ J}$.
б) У овом случају ће се стање гаса у деловима A_2 и A_3 мењати адијабатски по једначинама $T_0^\gamma p_0^{1-\gamma} = T_2^\gamma p_2^{1-\gamma}$ и $T_0^\gamma p_0^{1-\gamma} = T_3^\gamma p_3^{1-\gamma}$. Пошто је $p_1 = p_2 = p_3$ онда је $T_2 = T_3$, па закључујемо да ће промене стања гаса у A_1, A_2 и A_3 бити исте као и у случају под а).

3. Термометар би тачно показао температуру која се мери када би се цео налазио на тој температури. Запремина живиног стуба изнад 27. подељка била би у том случају: $V = V_0 (1 + \gamma t)$. Пошто је капилара константног пресека S, запремине V и V_0 су: $V = hS$ и $V_0 = h_0 S$, где су h и h_0 дужине живиног стуба у капилари. Стога је $h = h_0 (1 + \gamma t)$. Међутим, живин стуб изнад 27.

подељка налази се на температури t_1 која је нижа од температуре t у котлу, те је његова дужина h_1 мања од h. Због тога термометар показује нижу температуру t_2 од температуре t у котлу. Дужина живиног стуба h_1 је: $h_1 = h_0\left(1+\gamma t_1\right)$. Разлика између праве и показане вредности: је $\Delta = t - t_2 = k\left(h - h_1\right)$, где је k – фактор пропорционалности. Разлика температуре је директно пропорционална висини живиног стуба: $t_2 - t_{pod} = kh_1$. Одатле следи: $\left(h-h_1\right)/h_1 = \gamma\left(t-t_1\right)/\left(1+\gamma t_1\right)$, па је $\Delta/\left(t_2 - t_{pod}\right) = \gamma\left(t_2+\Delta-t_1\right)/\left(1+\gamma t_1\right)$. Решење ове једначине је: $\Delta = \left(t_2 - t_{pod}\right)\cdot\left(t_2 - t_1\right)/\left(1/\gamma + t_1 - t_2 + t_{pod}\right)$, те је тражена температура: $t = t_2 + \Delta = 173{,}6°C$.



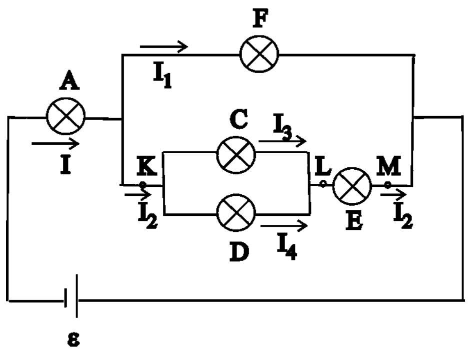
4. а) Наелектришимо новчић A са наелектрисањем Q. На растојању L од њега јачина поља је ($L>>D,d$)

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{L^2} = 9\times10^9\cdot\frac{4\times10^{-4}}{10^2}\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} = 3{,}6\cdot10^4\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}.$$

На равним површинама новчића $Б$ појавиће се наелектрисања која су супротних знака, -q_1 и +q_1. Новчић посматрамо као равну кондензаторску плочу, па добијамо да је $\frac{q_1}{2\varepsilon_0 S} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{L^2}$ одакле је $q_1 = Q\frac{S}{2\pi L^2} = Q\frac{D^2}{8L^2} = 4\times10^{-4}\,\frac{10^{-4}}{8\cdot10^2}\mathrm{C} = 5\times10^{-11}\mathrm{C}$.

б) Ближе наелектрисању Q налази се наелектрисање - q_1, па ће сила међусобног дејства између новчића бити ($L>>d$) $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq_1}{L^2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq_1}{\left(L+d\right)^2} \approx \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}Qq_1\frac{d}{L^3} = 3{,}6\times10^{-10}\,\mathrm{N}$. Да би компензовали ту силу морамо новчић $Б$ доелектрисати наелектрисањем q_2, истог знака као и Q. Њега ћемо наћи из $\frac{Qq_1 d}{2\pi\varepsilon_0 L^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Qq_2}{L^2}$, одакле је $q_2 = q_1\frac{2d}{L} = 5\times10^{-11}\,\frac{2\times10^{-3}}{10}\mathrm{C} = 1\times10^{-14}\mathrm{C}$.

5. Снага сијалице је $P = I^2R$, где је I струја која теча кроз сијалицу. $I_B = 0$ јер је сијалица B кратко спојена. Ако занемаримо ову сијалицу коло можемо поново нацртати као на слици 2. Отпор између тачака K,L и K,M је: $R_{KL} = 1/\left(1/R + 1/R\right) = R/2$; $R_{KM} = R_{KL} + R_{LM} = 3R/2$; важи: $I = I_1 + I_2$. Пошто је у питању паралелна веза, следи да је: $I_1/I_2 = 3R/2R = 3/2$. Затим добијамо: $I_1 = 3I/5$ и $I_2 = 2I/5$. Струја кроз лампе C и D је иста: $I_3 = I_4 = I_2/2 = I/5$.Струја кроз лампу E је I_2. Ако са P означимо снагу лампе A тада је: $P_A = P$; $P_F = 9P/25$; $P_C = P_D = P/25$; $P_E = 4P/25$; $P_B = 0$. Јачина светљења сијалице је већа ако је снага емитована на сијалици већа, па је редослед сијалица по јачини светљења следећи: A; F; E; C = D; B.



Задатке припремио: мр Душко Борка
Рецензент: др Драган Маркушев
Председник комисије: др Мићо Митровић