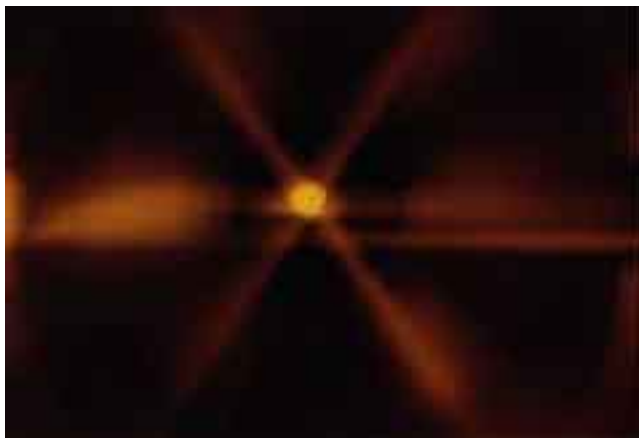


ТЕОРИЈСКИ ЗАДАТАК БРОЈ 2

ДОПЛЕРОВСКО ЛАСЕРСКО ХЛАЂЕЊЕ И ОПТИЧКЕ МОЛАСЕ

Сврха овог задатка је да се развије једноставан теоријски модел ради разумевања феномена „ласерско хлађење“ и „оптичке моласе“. Ово се односи на хлађење снопа атома, обично алкалних, помоћу два ласерска снопа истих учестаности који се простиру у супротним смеровима. Ово је део Нобелове награде за физику коју су поделили Стивен Чу, Вилијем Филипс и Клод Коен-Тануђи 1997. године.



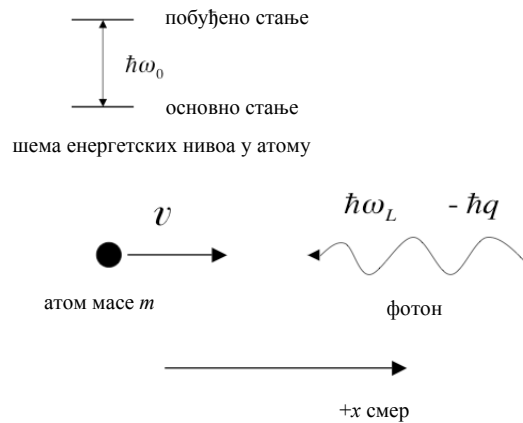
На горњој слици се виде атоми натријума (светла тачка у центру) ухваћени у пресеку три међусобно нормална пара ласерских снопова који се простиру у супротним смеровима. Тако ухваћени атоми се називају оптичке моласе зато што дисипативна оптичка сила личи на силу вискозног трења која делује на тело које се креће кроз моласу.

У овом задатку се анализирају основни феномени интеракције између фотона и атома и основи дисипативних механизма у једној димензији.

ДЕО I: ОСНОВИ ЛАСЕРСКОГ ХЛАЂЕЊА

Посматрајмо атом масе m који се креће у $+x$ смеру брзином v . Ради једноставности посматраћемо проблем у једној димензији, односно занемарићемо y и z првце (слика 1). Атом има два енергетска нивоа. Узети да је енергија доњег, односно основног стања нула, а енергија побуђеног стања $\hbar\omega_0$, где је $\hbar = h/2\pi$. Атом је у почетку у основном стању. Ласерски снап учестаности ω_L , у лабораторијском систему референце, се простира у $-x$ смеру и погађа атом. Квантно механички посматрано, ласерски снап је сачињен од великог броја фотона енергије $\hbar\omega_L$ и импулса $-\hbar q$, где је q таласни број. Атом може да апсорбује фотон и касније да га спонтано емитије са подједнаком вероватноћом у $+x$ и $-x$

смеру. Пошто се атом креће нерелативистичким брзинама, онде је $v/c \ll 1$ (c је брзина светлости) па се можемо задржати се само на члановима првог реда ове величине. Узмимо такође да је $\hbar q / mv \ll 1$, односно импулс атома је много већи од импулса фотона. Приликом решавања задатка задржите се такође само на линеарним члановима величина из претходне реченице.



Слика.1 Скица атома масе m који се креће брзином v у $+x$ смеру, и судара се са фотоном енергије $\hbar\omega_L$ и импулса $-\hbar q$. Атом има два стања чија је енергијска разлика $\hbar\omega_0$.

Претпоставити да је учестаност ласера ω_L подешена тако да је у резонанци са прелазом у атому, гледано из система референце везаног за атом. Одговорити на следећа питања:

1. Апсорпција.

1a	Напишите услов за поменути резонанцу односно за апсорпцију фотона	0.2
1b	Наћи импулс атома p_{at} , у лабораторијском систему референце, након апсорпције.	0.2
1c	Наћи укупну енергију атома ε_{at} , у лабораторијском систему референце, након апсорпције.	0.2

2. Спонтана емисија фотона у – x смеру.

Након неког времена после апсорпције фотона, атом може да емитије фотон у – x смеру.

2a	Наћи енергију емитованог фотона ε_{ph} , у лабораторијском систему референце, након процеса емисије у – x смеру.	0.2
----	--	-----

2b	Наћи импулс емитованог фотона p_{ph} , у лабораторијском систему референце, након процеса емисије у – x смеру.	0.2
----	--	-----

2c	Наћи импулс атома p_{at} , у лабораторијском систему референце, након процеса емисије у – x смеру.	0.2
----	--	-----

2d	Наћи укупну енергију атома ε_{at} , у лабораторијском систему референце, након процеса емисије у – x смеру.	0.2
----	---	-----

3. Спонтана емисија фотона у + x смеру.

Након неког времена после апсорпције фотона, атом може да емитије фотон и у + x смеру.

3a	Наћи енергију емитованог фотона ε_{ph} , у лабораторијском систему референце, након процеса емисије у + x смеру.	0.2
----	--	-----

3b	Наћи импулс емитованог фотона p_{ph} , у лабораторијском систему референце, након процеса емисије у + x смеру.	0.2
----	--	-----

3c	Наћи импулс атома p_{at} , у лабораторијском систему референце, након процеса емисије у + x смеру.	0.2
----	--	-----

3d	Наћи укупну енергију атома ε_{at} , у лабораторијском систему референце, након процеса емисије у $+x$ смеру.	0.2
----	--	-----

4. Усредњена емисија након апсорпције.

Спонтана емисија фотона у $-x$ смеру или $+x$ смеру се дешава са истом вероватноћом. Узимајући ово у обзир, одговорите на следећа питања.

4a	Наћи средњу енергију емитованог фотона ε_{ph} , након процеса емисије.	0.2
----	--	-----

4b	Наћи средњи импулс емитованог фотона p_{ph} , након процеса емисије.	0.2
----	--	-----

4c	Наћи средњу укупну енергију атома ε_{at} , након процеса емисије.	0.2
----	---	-----

4d	Наћи средњи импулс атома p_{at} , након процеса емисије.	0.2
----	--	-----

5. Пренос енергије и импулса.

Претпостављајући да постоји само једнофотонски процес апсорпције и емисије, као што је претходно описано, онда се може да се дефинише средњи пренос импулса и енергије између ласерског зрачења и атома.

5a	Наћи средњу промену енергије атома $\Delta\varepsilon$ након завршеног једнофотонског процеса апсорпције и емисије.	0.2
----	---	-----

5b	Наћи средњу промену импулса атома Δp након завршеног једнофотонског процеса апсорпције и емисије.	0.2
----	---	-----

6. Пренос енергије и импулса ласерским снопом дуж $+x$ смера.

Посматрајмо сада ласерски сноп учестаности ω'_L који се простире према атому дуж $+x$ смера, док се атом креће такође дуж $+x$ смера брзином v . Претпостављајући да је учестаност ласерског снопа таква да се прелаз у атому резонантно побуђује, у систему референце атома, одговорити на следећа питања:

6а	Наћи средњу промену енергије $\Delta\varepsilon$ атома након завршеног једнофотонског процеса апсорпције и емисије.	0.3
----	---	-----

6б	Наћи средњу промену импулса Δp атома након завршеног једнофотонског процеса апсорпције и емисије.	0.3
----	---	-----

ДЕО II: ДИСИПАЦИЈА И ОСНОВИ ОПТИЧКИХ МОЛАСИ

Како год, пророда намеће нераздвојиву неодређеност у квантним процесима. Тако, чињеница да атом може спонтано да емитује фотон након *коначног* времена од апсорпције, даје за резултат да услов за резонантну апсорпцију не мора да буде тачно испуњен као у претходним разматрањима. То значи да учестаност ласерских снопова ω_L и ω'_L могу имати било које вредности, а да се процес емисије и пасорпције и даље јавља. Ово се догађа са различитим (квантним) вероватноћама, али, као што се може очекивати, најбећа вероватноћа је управо када је испуњен услов за резонантну апсорпцију. У средњем, време које прође од када атом апсорбује фотон па док га не емитује се назива време живота побуђеног стања и означава се са Γ^{-1} .

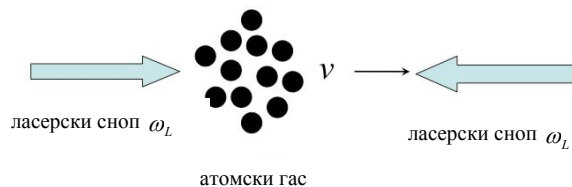
Посматрајмо скуп од N атома у *миру*, у систему референце везаном за лабораторију, и ласерски сноп учестаности ω_L који пада на њих. Атоми апсорбују и емитују фотоне континуално тако да је, у средњем, N_{exc} атома у побуђеном стању (па с тога има $N - N_{exc}$ атома у основном стању). Квантномеханички рачун даје следеће резултате:

$$N_{exc} = N \frac{\Omega_R^2}{(\omega_0 - \omega_L)^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + 2\Omega_R^2}$$

где је ω_0 резонантна учестаност атомског прелаза, а Ω_R је такозвана Рабијева учестаност; Ω_R је сразмерно *интензитету* ласерског снопа. Као што је већ

поменуто, можете да видите да је ова величина различита од нуле чак и када је резонантна учестаност ω_0 различита од учестаности ласерског снопа ω_L . Другачији начин изражавања претходног резултата би био да је број процеса апсорпције и емисије у јединици времена $N_{exc}\Gamma$.

Посматрајмо ситуацију приказану на слици 2, где два ласерска снопа, која се простиру у супротним смеровима, *истих*, али *произвољних* учестаности ω_L падају на гас од N атома који се крећу у $+x$ смеру брзином v .



Слика 2. Два ласерска снопа, која се простиру у супротним смеровима, *истих*, али *произвољних* учестаности падају на гас од N атома који се крећу у $+x$ смеру брзином v .

7. Сила којом ласерски снопови делују на сноп атома.

7а	Помоћу формуле дате у горњем делу, наћи силу којом ласерски снопови делују на сноп атома. Претпоставити да је $mv \gg \hbar q$.	1.5
----	--	-----

8. Гранични случај за ниске брзине.

Претпоставити да је брзина атома довољно мала, тако да се израз за силу може

развиити само до првог реда по v .

8a	Наћи израз за силу одређену у питању (7a), за овај гранични случај.	1.5
----	---	-----

Користећи овај резултат, могу се наћи услови за убрзавање, успоравање или непостојање утицаја ласерског зрачења на атоме уопште.

8b	Наћи услов за добијање позитивне силе (за убрзавање атома).	0.25
----	---	------

8c	Наћи услов за добијање нулте силе.	0.25
----	------------------------------------	------

8d	Наћи услов за добијање негативне силе (за успорење атома).	0.25
----	--	------

8e	Размотримо случај када се атоми крећу брзином $-v$ ($y-x$ смеру). Напишите услов за добијање силе која успорава за атоме.	0.25
----	---	------

9 Оптичке моласе.

У случају негативне силе, добија се дисипативна сила трења. Претпоставити да у почетном тренутку $t = 0$, гас атома има брзину v_0 .

9a	У случају малих брзина, одредити брзину атома након што је ласерски снап био укључен у току времена τ .	1.5
----	--	-----

9b	Претпоставити да је гас атома у термичкој равнотежи на температури T_0 . Одредити температуру T након што је ласерски снап био укључен у току времена τ .	0.5
----	--	-----

Овај модел не допушта да се иде до произвољно ниских температура.