ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2013/2014. ГОДИНЕ.

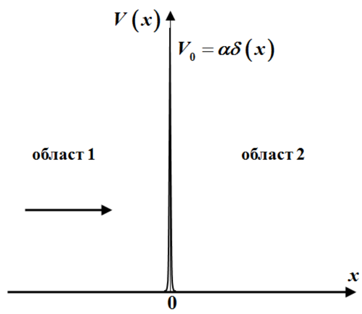
Друштво физичара Србије
Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије

IV РАЗРЕД

ДРЖАВНИ НИВО
КРАЉЕВО
26-27.04.2014.

ЗАДАЦИ - бозонска категорија

1. Честица енергије $E>0$, која се креће дуж x-осе наилази на потенцијалну баријеру облика $V_0=\alpha\delta(x)$, $\alpha>0$ (слика 1), где је $\delta(x)$ Диракова делта функција $\delta(x)=\begin{cases}+\infty, & x=0\\ 0, & x\neq 0\end{cases}$. У области 1 честици одговара таласна функција $\psi_1=C_1e^{-ikx}+C_2e^{ikx}$, док у области 2 честици одговара таласна функција $\psi_2=C_3e^{-ikx}+C_4e^{ikx}$ (из услова да се честица понаша као раван талас који не може из $+\infty$ да се врати на потенцијалну баријеру, следи да је $\boldsymbol{C_3=0}$). Величине C_1, C_2 и C_4 су константе, а таласни број k задовољава следећу једнакост $k^2=(2mE)/\hbar^2$. Константе се одређују из услова непрекидности таласне функције, и из услова да први извод таласне функције трпи скок за вредност $\dfrac{2m\alpha}{\hbar^2}\psi_2(0)$, где је m маса честице, а $\hbar$ редукована Планкова константа. Коефицијенти рефлексије и трансмисије су редом дати изразима $R=|C_1|^2/|C_2|^2$ и $T=|C_4|^2/|C_2|^2$. Одредити вредности коефицијената R и T, као и вредност њиховог збира. **[15 поена]**



Слика 1.

2. 1. Идеалан циклус гасне турбине почиње изотермском компресијом (процес 1-2), затим следи изобарска експанзија (процес 2-3), након тога адијабатска експанзија (процес 3-4), и на крају циклус се завршава изобарском компресијом гаса (процес 4-1). Нацртати дати циклус у pV - дијаграму. Гасна константа је R_g (у јединицама J/kgK), а коефицијент адијабате је γ. Ако се уведу параметри $\varphi=V_3/V_2$ (φ-степен предекспанзије), и $\psi=p_2/p_1$ (ψ-степен повишења притиска), где су индексима означена стања гаса, одредити:

а) термички коефицијент искоришћења циклуса преко параметара φ и ψ, и коефицијента γ;

б) максимални термички коефицијент искоришћења циклуса у случају када φ има константну вредност;

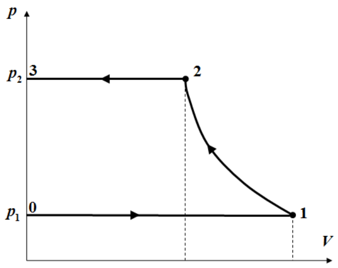
ц) вредности претходно наведених величина ако је: степен предекспанзије једнак $\varphi=3$, степен повишења притиска једнак $\psi=8{,}5$, а радни гас ваздух коефицијента адијабате $\gamma=1{,}4$;

д) вредност снаге гасне турбине ако је количина доведене специфичне топлоте једнака $q_1=1{,}5$ MJ/kg, а масени проток ваздуха износи $dm/dt=1{,}5$ kg/s.

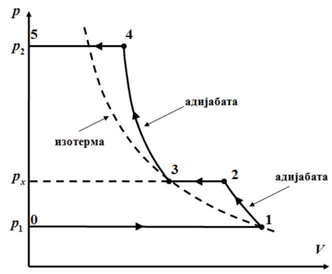
Ваздух се понаша као идеалан гас. **[15 поена]**

Напомена: Приликом решавања користити специфичне, доведене и одведене, количине топлоте.
Термини: експанзија је ширење, компресија је сабијање, искоришћење је корисно дејство.

2. За сабијање ваздуха користи се компресор, који користећи снагу погонског мотора сабија ваздух при чему долази до ослобађања топлоте. Идеалан циклус једностепеног клипног компресора приказан је на слици 2. У процесу 0-1 компресор усисава ваздух при константном притиску p_1, затим се врши адијабатска компресија ваздуха при чему се постиже притисак p_2 (процес 1-2), и након тога долази до избацивања ваздуха при константном притиску p_2 (процес 2-3). Одредити **специфични** рад потребан да се покреће компресор у једном циклусу. На слици 3 приказан је идеалан циклус рада двостепеног клипног компресора са међустепеним изобарским хлађењем ваздуха. Користећи резултат претходног дела задатка одредити вредност притиска p_x тако да је специфични рад, потребан да се покреће компресор у једном циклусу, минималан. У оба случаја (једностепеног и двостепеног компресора) температура ваздуха на почетку адијабатске компресије је T_1. Ваздух се понаша као идеалан гас, коефицијента адијабате γ. Гасна константа за ваздух је R_v (у јединицама J/kgK). **[10 поена]**



Слика 2.

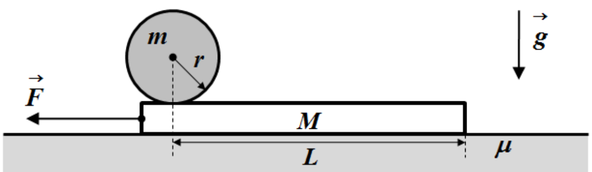


Слика 3.

3. **1.** Извор звука и непокретни пријемник налазе се на истој правој линији. Извор хармонијски осцилује са кружном фреквенцијом $\omega = 37{,}68\ \text{rad/s}$ дуж дате линије тако да пријемник региструје звук чија се фреквенција мења у интервалу од $f_1 = 2650\ \text{Hz}$ до $f_2 = 2770\ \text{Hz}$. Одредити амплитуду осциловања извора звука. **[8 поена]**

2. У другом случају, извор и пријемник хармонијски осцилују једнаким кружним фреквенцијама $\omega = 37{,}68\ \text{rad/s}$ и једнаким амплитудама чија је вредност одређена у претходном делу задатка. Извор емитује звук фреквенције $f = 2700\ \text{Hz}$. Одредити интервал фреквенција које региструје пријемник у случајевима када извор и пријемник осцилују: **а)** у фази; **б)** у контрафази. Током осциловања не долази до контакта између извора и пријемника звука. Брзина звука у ваздуху износи $c = 340\ \text{m/s}$. **[7 поена]**

4. На левом крају хомогене даске масе $M = 7\ \text{kg}$ налази се хомогена лопта масе $m = 3\ \text{kg}$. Центар масе лопте налази се на растојању $L = 2\ \text{m}$ у односу на десни крај даске (слика 4). Даска и лопта у почетку мирују. У одређеном тренутку на даску почиње да делује у хоризонталном правцу сила константног интензитета $F = 35\ \text{N}$ (слика 4). Одредити убрзање даске у односу на непокретну подлогу. Одредити после колико времена ће лопта пасти са даске. Сматрати да се лопта котрља по дасци без клизања. Коефицијент трења између даске и подлоге је $\mu = 0{,}2$. Убрзање Земљине теже је $g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$. Момент инерције лопте је $I = \frac{2}{5} m r^2$. **[15 поена]**



Слика 4.

5. Одређивање линеарног коефицијента слабљења γ зрачења за олово. [30 поена]

Када сноп γ зрачења пролази кроз материју, његов интензитет опада услед апсорпције и расејања. Том приликом, дешавају се различити ефекти, али је сам процес увек резултат међусобног дејства између γ кванта и атома. При апсорпцији и расејању γ зрачења, смањује се број γ – кванта присутних у снопу, док енергија γ кванта у снопу остаје непромењена. Вероватноћа апсорпције и расејања γ зрачења је сразмерна дебљини слоја x, а коефицијент пропорционалности се зове линеарни коефицијент слабљења γ зрачења и обележава се са μ. Ако са I обележимо интензитет зрачења, онда ће при проласку кроз слој материјалне дебљине dx, I опасти за dI по закону: $dI = -I \cdot \mu \cdot dx$. Интеграцијом овог израза добија се закон апсорпције. Уколико са I_0 означимо интензитет зрачења када је дебљина слоја $x = 0$, закон добија облик: $I = I_0 \cdot e^{-\mu x}$.

За одређивање линеарног коефицијента слабљења γ зрачења користи се апаратура која се састоји од Гајгер-Милеровог бројача, извора зрачења и оловних плочица различитих дебљина које се стављају између извора и бројача.

Поступак рада је такав да се прво измери број импулса N_0, када између извора и детектора нема плочица ($x=0$). Затим се између извора и детектора постави једна плочица и притом се измери број импулса N_1. Потом се на прву плочицу стави друга оловна плочица и тада се измери број импулса γ зрачења, N_2. Поступак се понавља док се не искористе оловне плочице које су дате, којих има 9.

Интензитет зрачења се одређује релацијом $I_i = \frac{N_i}{t_i}$, где је N_i број импулса детектованих Гајгер-Милеровим бројачем за време t_i, када се између извора и детектора налази i плочица. Време је мерено хронометром чија је грешка мерења $0.5\,\mathrm{s}$. **Временски интервал у свим мерењима је исти и износио 300 s** ($t_i = t = 300\,\mathrm{s}$). Како је радиоактивни распад случајне природе при мерењу броја импулса N се уноси статистичка несигурност мерења, тако да апсолутну грешку величине N можемо изразити као $\sqrt{N}$.

Дебљина плочица се мери микрометром при чему грешка која се прави при мерењу износи $10\,\mu\mathrm{m}$. Због мекоће олова, дебљина оловне плочице се временом деформише услед коришћења, тако да дебљина једне исте плочице нема једнаку вредност по целој површини. Због тога је дебљина сваке појединачне плочице мерена на три места.

Резултати мерења дебљине плочица су приказани у Табели 1. У Табели 2 је приказан број импулса измерених Гајгер Милеровим бројачем.

Задаци:

а) Зависност броја импулса у секунди од дебљине олова је експоненцијалног карактера. Да би се одредио коефицијент слабљења потребно је извршити линеаризацију једначине $I = I_0 \cdot e^{-\mu x}$. **Поступком линеаризације последњу једначину трансформисати у облик $y = k \cdot x$, где је $k > 0$.**

Табела 1

d [mm]	прво мерење	друго мерење	треће мерење
d_1	1.01	1.08	1.00
d_2	1.10	1.03	1.09
d_3	1.20	1.11	1.15
d_4	2.18	2.31	2.11
d_5	2.23	2.36	2.34
d_6	1.45	1.49	1.56
d_7	1.74	1.66	1.61
d_8	2.85	2.74	2.81
d_9	1.71	1.82	1.80

Табела 2

N_0	5614
N_1	5085
N_2	4622
N_3	4135
N_4	3422
N_5	2786
N_6	2447
N_7	2115
N_8	1675
N_9	1428

б) Нацртати одговарајући график и уцртати грешке величина чије се вредности уносе на график.

в) Графичком методом одредити вредност коефицијента слабљења γ зрачења и проценити његову грешку.

г) Одредити дебљину олова која је потребна да почетни интензитет зречења смањи на половину и проценити одговарајућу грешку.

Напомена: Сва решења детаљно објаснити!

Задатке припремили: Владимир Чубровић, Физички факултет, Београд (1,2,3,4)
Владимир Марковић, ПМФ, Крагујевац (5)

Рецензенти: Владимир Марковић, ПМФ, Крагујевац (1,2,3,4)
Владимир Чубровић, Физички факултет, Београд (5)

Председник Комисије за такмичење ДФС: Проф. др Мићо Митровић,Физички факултет, Београд

Свим такмичарима желимо успешан рад!

ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2013/2014. ГОДИНЕ.

IV
РАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије
Решења задатака - бозонска категорија

ДРЖАВНИ НИВО
КРАЉЕВО
26-27.04.2014.

1. Из граничних услова добијамо: $\psi_1(0)=\psi_2(0)$ **[2п]** $\Rightarrow C_1+C_2=C_4$ **[1п]**, и $\psi_2'(0)-\psi_1'(0)=\dfrac{2m\alpha}{\hbar^2}\psi_2(0)$ **[3п]**

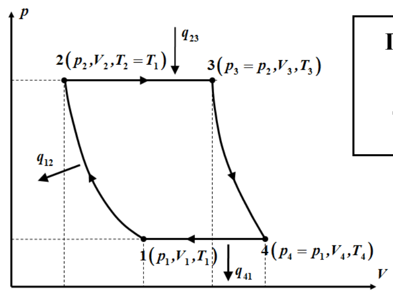
$\Rightarrow ikC_4-(-ikC_1+ikC_2)=\dfrac{2m\alpha}{\hbar^2}C_4 \Rightarrow C_4+C_1-C_2=-i\dfrac{2m\alpha}{k\hbar^2}C_4$ **[2п].**

Везе између коефицијената су: $C_4=C_2\left(1+i\dfrac{m\alpha}{k\hbar^2}\right)^{-1}$ **[1п]** и $C_1=\left(\left(1+i\dfrac{m\alpha}{k\hbar^2}\right)^{-1}-1\right)C_2$ **[1п].** Из претходног добијамо:

$T=\dfrac{|C_4|^2}{|C_2|^2}=\dfrac{k^2}{k^2+\left(\dfrac{m\alpha}{\hbar^2}\right)^2}$ **[2п]**, $R=\dfrac{|C_1|^2}{|C_2|^2}=\dfrac{\left(\dfrac{m\alpha}{\hbar^2}\right)^2}{k^2+\left(\dfrac{m\alpha}{\hbar^2}\right)^2}$ **[2п]** и $R+T=1$ **[1п].**

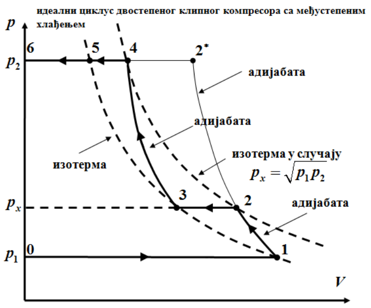
Уопштено важи: $\psi'(0+)-\psi'(0-)=\dfrac{2m\alpha}{\hbar^2}\psi(0)$

2. **1. а,ц)** Термички коефицијент искоришћења циклуса је $\eta=1-\dfrac{|q_{12}|+|q_{41}|}{q_{23}}$, где је $|q_{12}|=R_gT_1\,ln(V_1/V_2)$, $|q_{41}|=c_p(T_4-T_1)$ **[1п],** $q_1=q_{23}=c_p(T_3-T_2)$ **[1п].** За процес 1-2 важи $p_2V_2=p_1V_1$ и притом је $|q_{12}|=RT_1\,ln(p_2/p_1)$ **[1п].** Како је $c_p=\gamma R_g/(\gamma-1)$ добијамо $\eta=1-\dfrac{\frac{\gamma-1}{\gamma}ln(p_2/p_1)+(T_4/T_1-1)}{(T_3/T_2-1)}$ **[1п].** За процес 2-3 важи $\dfrac{V_3}{T_3}=\dfrac{V_2}{T_2}$, тако да добијамо $T_3=\varphi T_1$ **[1п].** Слично, за процес 3-4 важи $T_4/T_3=(p_3/p_4)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$, тако да је $T_4/T_1=\varphi\psi^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$ **[1п].** Из претходног добијамо $\eta=1-\dfrac{\frac{\gamma-1}{\gamma}ln\psi+\left(\varphi\psi^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}-1\right)}{(\varphi-1)}\approx 0{,}38$ (1) **[1+1п]. б,ц)** Максимални термички коефицијент искоришћења циклуса за константно φ добијамо из услова $\dfrac{d\eta}{d\psi}=0$ **[1п],** тј. ако је $\psi=\varphi^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$ **[1п],** па кад вратимо у израз (1) добијамо да је $\eta_m=1-\dfrac{ln\varphi}{\varphi-1}\approx 0{,}45$ **[1+1п]. д)** Снага турбине је $P=\eta q_1\dfrac{dm}{dt}=0{,}855$ MW **[1+1п]. 2.** Специфични рад погонског мотора у једном циклусу једностепеног компресора је $A_{k1}=-A_g=\dfrac{p_2v_2-p_1v_1}{\gamma-1}+p_2v_2-p_1v_1$ **[3п],** тј. $A_{k1}=\dfrac{\gamma R_vT_1}{\gamma-1}\left(\left(\dfrac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right)$ **[1п],** а двостепеног $A_{k2}=\dfrac{\gamma R_vT_1}{\gamma-1}\left(\left(\dfrac{p_x}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right)+\dfrac{\gamma R_vT_1}{\gamma-1}\left(\left(\dfrac{p_2}{p_x}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right)$ **[2п]**, па се минимални рад за дати притисак p_x добија из услова $dA_{k2}/dp_x=0$ **[1п],** тј. ако је $p_x=\sqrt{p_1p_2}$ **[3п].**



Слика 1.

Правилно нацртан циклус у pV - дијаграму носи 1 поен.



Напомена: Извођење је генерално мало уопштеније, али ако се користи резултат првог дела задатка резултат је исти .

Напомена: v_1 и v_2 су одговарајуће специфичне запремине, и притом уопштено важи $pv=R_vT$.

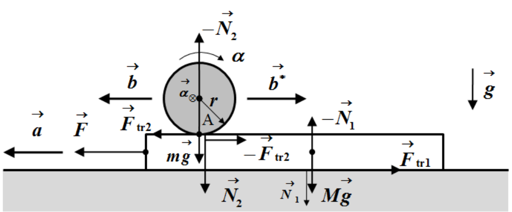
3. **1**. Максимална брзина $v_{\max}$ извора у односу на пријемник је при његовом проласку кроз равнотежни положај у једном или другом смеру (приликом приближавања или одаљавања од пријемника), тако да ће се извор у односу на пријемник кретати брзинама у интервалу од $-v_{\max}$ до $v_{\max}$ **[1п]**. На основу претходног пријемник ће регистровати фреквенције у интервалу од $f_1 = f_0 \dfrac{c}{c+v_{\max}}$ **[2п]** (1) до $f_2 = f_0 \dfrac{c}{c-v_{\max}}$ **[2п]** (2). Максимална брзина извора приликом проласка кроз равнотежни положај је $v_{\max} = A \cdot \omega$ (3) **[1п]**, где је A амплитуда осциловања, а ω- кружна фреквенција осциловања извора звука. Из једначина (1), (2) и (3) добијамо да је $A = \dfrac{c}{\omega} \cdot \dfrac{f_2 - f_1}{f_2 + f_1} \approx 0{,}2\ \text{m}$ **[1+1п].**

2. а) Када извор и пријемник осцилују у фази нема релативног кретања између њих, тако да фреквенција коју региструје пријемник износи $f = 2700\ \text{Hz}$ **[2п]**. **б)** Када осцилују у контрафази максимална фреквенција коју региструје пријемник је у случају када се извор и пријемник приближавају један другом, и када пролазе кроз равнотежне положаје (по услову задатка брзине којима пролазе кроз равнотежне положаје су једнаке) тдј. $f_{\max} = f\dfrac{c+\omega A}{c-\omega A} \approx 2822{,}4\text{Hz}$ **[1+1п]**. Минимална фреквенција коју региструје пријемник је у случају када се извор и пријемник одаљавају један од другог, и када пролазе кроз равнотежне положаје тдј. $f_{\min} = f\dfrac{c-\omega A}{c+\omega A} \approx 2582{,}9\text{Hz}$ **[1+1п]**. Интервал фреквенција које региструје пријемник је од 2582,9Hz до 2822,4Hz **[1п]**.

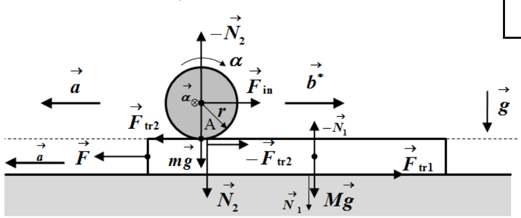
4. **1.начин.** У инерцијалном систему везаном за непокретну подлогу једначине кретања даске и лопте су редом: $Ma = F - F_{tr1} - F_{tr2}$ **[2п]**, $N_1 = N_2 + Mg$ **[0,5п]**, $mb = F_{tr2}$ **[2п]**, $N_2 = mg$ **[0,5п]** и $\frac{2}{5}mr^2\alpha = F_{tr2} \cdot r$ **[2п]**. Из услова да се лопта по дасци котрља без клизања и пошто су тела почела да се крећу из стања мировања следи $a = b + \alpha r$ **[2п]**. Убрзање лопте у односу на даску је $b^* = a - b$ **[1п]**. Из претходног добијамо да су убрзања лопте и даске у односу на подлогу редом једнака $b = \dfrac{2(F-\mu(M+m)g)}{7M+2m} \approx 0{,}56\ \text{m/s}^2$ **[0,5+0,5п]** и $a = \dfrac{7(F-\mu(M+m)g)}{7M+2m} \approx 1{,}96\ \text{m/s}^2$ **[0,5+0,5п],** тако да је $b^* = \dfrac{5(F-\mu(M+m)g)}{7M+2m} \approx 1{,}4\ \text{m/s}^2$ **[0,5+0,5п].** Време потребно да лопта падне са даске добијамо из једначине $L = \dfrac{b^* t^2}{2}$ **[1п],** тако да је тражено време једнако $t = \sqrt{\dfrac{2L}{b^*}} \approx 1{,}69\ \text{s}$ **[0,5+0,5п].**

2.начин. У неинерцијалном систему везаном за даску једначине кретања даске и лопте су редом: $Ma = F - F_{tr1} - F_{tr2}$ **[2п]**, $N_1 = N_2 + Mg$ **[0,5п]**, $mb^* = F_{in} - F_{tr2}$ **[3п]**, $F_{in} = ma$ **[1п]** $N_2 = mg$ **[0,5п]** и $\frac{2}{5}mr^2\alpha = F_{tr2} \cdot r$ **[2п]**. Из услова да се лопта по дасци котрља без клизања и пошто су тела почела да се крећу из стања мировања следи $b^* = \alpha r$ **[2п]**. Из претходног добијамо да су убрзања лопте и даске редом једнака $b^* = \dfrac{5(F-\mu(M+m)g)}{7M+2m} \approx 1{,}4\ \text{m/s}^2$ **[0,5+0,5п]** и $a = \dfrac{7(F-\mu(M+m)g)}{7M+2m} \approx 1{,}96\ \text{m/s}^2$ **[0,5+0,5п].** Време потребно да лопта падне са даске добијамо из једначине $L = \dfrac{b^* t^2}{2}$ **[1п],** тако да је тражено време једнако $t = \sqrt{\dfrac{2L}{b^*}} \approx 1{,}69\ \text{s}$ **[0,5+0,5п].**

α -угаоно убрзање лопте
r -полупречник лопте



Слика 2. Инерцијални систем



Слика 3. Неинерцијални систем

5. **а)** Линеаризацијом једначине $I = I_0 \cdot e^{-\mu x}$, у тражени облик $y = k \cdot x$, где је $k > 0$, добија се $\ln\left(\frac{I_0}{I}\right) = \mu x$ **[1п]**.

Напомена: Иако се у задатку тражи линеаризација облика $y = k \cdot x$, где је $k > 0$, признати и остале исправне начине линеаризације.

б) На основу последње једначине и податка из Табеле 1 може се нацртати график зависности $\ln\left(\frac{I_0}{I}\right) = kx$, где је $k = \mu$ коефицијент правца праве.

Грешка при мерењу времена је иста за свако мерење и износи $\Delta t = 0.5\,\mathrm{s}$. При мерењу дебљине плочица минимална грешка која се прави је једнака најмањем подеоку мерног инструмента и износи $\Delta d_{\min} = 0.01\,\mathrm{mm}$. Како је дебљина плочица одређена на основу већег броја мерења апсолутну грешку тражимо као највеће одступање, по апсолутној вредности, појединачних мерења од средње вредности, $\Delta d_i = \left| d_{ij} - \frac{1}{3}\sum_{j=1}^{3} d_{ij} \right|_{\max}$. Уколико је овако одређена грешка мања од $\Delta d_{\min}$, за грешку се узима вредност $\Delta d_{\min} = 0.01\,\mathrm{mm}$. На основу грешке за дебљину плочица, Δd_i, може се одредити грешка за x_i, $\Delta x_i = \sum_{j=1}^{i} \Delta d_j$ **[1п]** (грешка не мора бити експлицитно приказана преко суме). У Табели 3 су дате вредности N_i, $d_{i,j}$, d_i, Δd_i, x_i и Δx_i.

Табела 3. Израчунате вредности за N_i, $d_{i,j}$, d_i, Δd_i, x_i и Δx_i.

$i+1$	N_i [imp]	d_{i1} [mm]	d_{i2} [mm]	d_{i3} [mm]	$d_i = \frac{1}{3}\sum_{j=1}^{3} d_{ij}$ [mm]	Δd_i [mm]	$x_i = \sum_{j=1}^{i} d_j$ [mm]	Δx_i [mm]
1	5614	0	0	0	0 **0.00**	-	0 0.00	-
2	5085	1.01	1.08	1.00	3.090/3=1.030 **1.03**	|1.030-1.08| = =0.050 ≈ **0.05**	1.030 **1.03**	0.050 **0.05**
3	4622	1.10	1.03	1.09	1.073/3=1.073 **1.07**	|1.073-1.03|= =0.043≈**0.05**	2.10 **2.1**	0.093 **0.1**
4	4135	1.20	1.11	1.15	3.460/3=1.153 **1.15**	|1.153-1.20|= =0.047≈**0.05**	3.25 **3.2**	0.14 **0.2**
5	3422	2.18	2.31	2.11	6.600/3=2.200 **2.20**	|2.200-2.31|= =0.11≈**0.2**	5.45 **5.4**	0.25 **0.3**
6	2786	2.23	2.36	2.34	6.930/3=2.310 **2.31**	|2.310-2.23|= =0.080≈**0.08**	7.76 **7.8**	0.33 **0.4**
7	2447	1.45	1.49	1.56	4.500/3=1.500 **1.50**	|1.500-1.56|= =0.060≈**0.06**	9.26 **9.3**	0.39 **0.4**
8	2115	1.74	1.66	1.61	5.010/3=1.670 **1.67**	|1.670-1.74|= =0.070≈**0.07**	10.93 **10.9**	0.46 **0.5**
9	1675	2.85	2.74	2.81	8.400/3=2.800 **2.80**	|2.800-2.74|= =0.060≈**0.6**	13.73 **13.7**	0.52 **0.6**
10	1428	1.71	1.82	1.80	5.330/3=1.776 **1.78**	|1.776-1.71|= =0.066≈**0.07**	15.51 **15.5**	0.58 **0.6**

За сваку тачно израчунату вредност d_i, Δd_i, x_i и Δx_i у Табели 3 дати **[0.1п]**, укупно **[4п]**.

Грешке величина I_i и $\Delta \ln\left(\frac{I_0}{I_i}\right)$ се рачунају редом по следећим формулама:

$$I_i = \frac{N_i}{t} \Rightarrow \frac{\Delta I_i}{I_i} = \frac{\Delta N_i}{N_i} + \frac{\Delta t}{t} = \frac{1}{\sqrt{N_i}} + \frac{\Delta t}{t};$$

$$\Delta \ln\left(\frac{I_0}{I_i}\right) = \frac{I_i \Delta I_0 + I_0 \Delta I_i}{I_0 I_i}, \text{ тј. } \Delta \ln\left(\frac{I_0}{I_i}\right) = \frac{1}{\sqrt{N_0}} + \frac{1}{\sqrt{N_i}} + 2\frac{\Delta t}{t} \ \textbf{[3п]}.$$

где је $\Delta N_i = \sqrt{N_i}$ и $\Delta t = 0.5\,\mathrm{s}$.

Напомена: Грешка за $\Delta\ln\left(\frac{I_0}{I_i}\right)$ се може директно одредити на основу броја импулса, N_i. Такође се може изразити преко предходно израчунатих вредности интензинтета зрачења I_i и одговарајуће грешке ΔI_i. Израз за $\Delta\ln\left(\frac{I_0}{I_i}\right)$ се бодује са [3п], одређен на било који од тачних начина. Израз за ΔI_i и бројне вредности за ΔI_i се не бодују јер нису директно неопходни за одређивање грешке $\Delta\ln\left(\frac{I_0}{I_i}\right)$.

У Табели 4. су дате израчунате вредности I_i и $\ln\left(\frac{I_0}{I_i}\right)$, као и њихове одговарајуће грешке.

Табела 4. Израчунате вредности за I_i и $\ln\left(\frac{I_0}{I_i}\right)$, као и њихове одговарајуће грешке.

	$I_i = \frac{N_i}{t}$ [imp/s]	ΔI_i [imp/s]	$\ln\left(\frac{I_0}{I_i}\right)$	$\Delta\ln\left(\frac{I_0}{I_i}\right)$
1	18.713 **18.71**	0.280 **0.28**	0 **0**	0.030 **0.03**
2	16.950 **16.95**	0.265 **0.26**	0.098 **0.10**	0.030 **0.03**
3	15.406 **15.41**	0.252 **0.25**	0.194 **0.19**	0.031 **0.04**
4	13.783 **13.78**	0.237 **0.24**	0.305 **0.30**	0.032 **0.04**
5	11.406 **11.41**	0.214 **0.21**	0.495 **0.50**	0.033 **0.04**
6	9.286 **9.29**	0.191 **0.19**	0.700 **0.70**	0.035 **0.04**
7	8.156 **8.16**	0.178 **0.18**	0.830 **0.83**	0.036 **0.04**
8	7.050 **7.05**	0.165 **0.16**	0.976 **0.98**	0.038 **0.04**
9	5.583 **5.58**	0.145 **0.14**	1.209 **1.21**	0.041 **0.05**
10	4.760 **4.76**	0.133 **0.13**	1.368 **1.37**	0.043 **0.05**

За сваку тачно израчунату вредност $\ln\left(\frac{I_0}{I_i}\right)$ и $\Delta\ln\left(\frac{I_0}{I_i}\right)$, у Табели 4 дати **[0.15п]**, укупно **[3п]**.

в) За исправно нацртан график дати **[6п]**.

Негативни поени за график, између осталог за:

- Координатне осе треба цртати по ивицама милиметарског папира **[-0.5п]**
- График приказан без наслова **[-0.5п]** (наслов није $y = f(x)$)
- Лоша размера величине графика **[-0.5п]** (график заузима мање од 1/4 простора папира)
- Лоша размера подеока **[-0.5п]** (1 mm на милиметарском папиру може да одговара ... 0.05; 0.1; 0.2; 0.4; 0.5; 1; 2; 4; 5; 10 ... јединица величине која се приказује)
- Осе нису обележене и недостају јединице **[-0.5п]** (за сваку осу)
- Унете су мерене бројне вредности на осе **[-0.5п]**
- Повлачене линије од оса до нанетих тачака **[-0.5п]**
- Ако прва изабрана тачка није између прве и друге експерименталне тачке **[-0.5п]**
- Ако друга изабрана тачка није између претпоследње и последње експерименталне тачке **[-0.5п]**
- Изабране тачке нису у мереном опсегу **[-1п]**
- За погрешно унете грешке на график **[-1п]**
- На график нису унете грешке **[-2п]**
- Уколико на график није унета једна или две неексперимнталне тачке у зависности од начина одређивања μ (видети испод) **[-1п]**

Пошто график пролази кроз координатни почетак (сигурна тачка је 0,0) довољна је једна тачка (B), између последње и претпоследње, за одређивање коефицијента правца. Грешка овог одређивања је мања, али се могу прихватити и решења са две тачке (A и B).

A(0.5, 0.06) и B(14.5, 1.28). **[0.5+0.5п]**-за добро изабране тачке

Напомена: Уколико нису изабране добре тачке са графика признати половину освојених бодова за бројну вредност за μ, $\Delta\mu$, грешке тачака са графика и коначан резултат бод б). Коришћење експерименталних тачака уместо тачака са графика не доноси поене осим за тачне изразе за μ и $\Delta\mu$.

Коефицијент правца је $\mu = k = \dfrac{y_B}{x_B} = \dfrac{1.28}{14.5\,\mathrm{mm}} = 0.0882\dfrac{1}{\mathrm{mm}}$ или $\mu = k = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{1.28 - 0.05}{14.5 - 0.5} = 0.0878\dfrac{1}{\mathrm{mm}}$ **[1+1п]**

Грешка вредности коефицијента правца се може изразити као

$\Delta\mu = \Delta k = k\left(\dfrac{\Delta y_B}{y_B} + \dfrac{\Delta x_B}{x_B}\right)$ или $\Delta\mu = \Delta k = k\left(\dfrac{\Delta y_B + \Delta y_A}{y_B - y_A} + \dfrac{\Delta x_B + \Delta x_A}{x_B - x_A}\right)$, где су Δx_A, Δx_B, Δy_A и Δy_B апсолутне грешке одређивања координата x_A, x_B, y_A и y_B са графика. Свака од ових грешака Δx_A, Δx_B, Δy_A и Δy_B је једнака већој од одговарајућих апсолутних грешака суседних тачака. Ни једна од ових грешака не може бити мања од тачности очитавања координата са графика односно, најмањег подеока на милиметарском папиру. Δx_A = најмањи подеок = 0.1 mm; Δx_B =0.6 mm; Δy_A = 0.03; Δy_B = 0.05 **[1п]**.

Тако је:

$$\Delta\mu = \Delta k = k\left(\frac{\Delta y_B}{y_B} + \frac{\Delta x_B}{x_B}\right) = 0.0882\left(\frac{0.05}{1.28} + \frac{0.6}{14.5}\right) = 0.0070\frac{1}{\mathrm{mm}} \approx 0.007\frac{1}{\mathrm{mm}} \text{ или}$$

$$\Delta\mu = \Delta k = k\left(\frac{\Delta y_B + \Delta y_A}{y_B - y_A} + \frac{\Delta x_B + \Delta x_A}{x_B - x_A}\right) = 0.0878\left(\frac{0.05 + 0.03}{1.28 - 0.06} + \frac{0.6 + 0.1}{14.5 - 0.5}\right) = 0.010\frac{1}{\mathrm{mm}} \approx 0.01\frac{1}{\mathrm{mm}} \text{ [1+1п].}$$

Коначни резултат је $\mu = (0.088 \pm 0.007)\dfrac{1}{\mathrm{mm}}$ или $\mu = (0.09 \pm 0.01)\dfrac{1}{\mathrm{mm}}$ **[1п].**

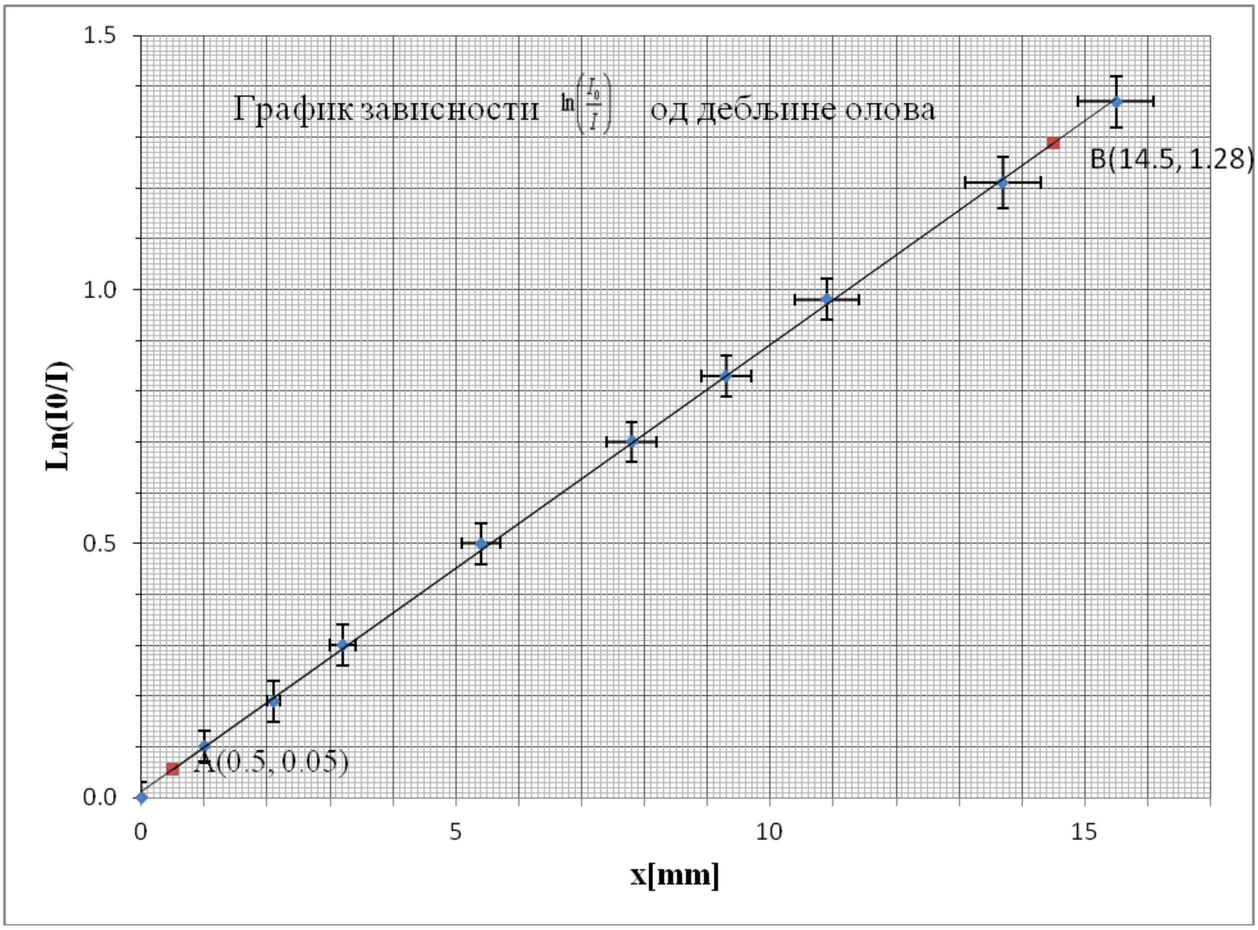
г) Дебљину олова, $d_{1/2}$, која почетни интензитет зрачења, I_0, смањи на половину можемо одредити полазећи од закона слабљења снопа γ зрачења $I = I_0 \cdot e^{-\mu x}$, када I заменимо са $\dfrac{I_0}{2}$ и x са $d_{1/2}$.

Добија се $\dfrac{I_0}{2} = I_0 e^{-\mu d_{1/2}}$, одакле је $d_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\mu}$ **[1п].**

Заменом вредности за μ, добија се $d_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{0.0882} = 7.85\,\mathrm{mm} \approx 7.8\,\mathrm{mm}$ или $d_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{0.0878} = 7.89\,\mathrm{mm} \approx 7.9\,\mathrm{mm}$ **[1п].**

Грешка ове величине се може изразити као $\Delta d_{1/2} = d_{1/2}\dfrac{\Delta\mu}{\mu}$ **[1п].** Добија се $\Delta d_{1/2} = 7.85\dfrac{0.007}{0.0882} = 0.62\,\mathrm{mm} \approx 0.7\,\mathrm{mm}$ или $\Delta d_{1/2} = 7.89\dfrac{0.0095}{0.0878} = 0.89\,\mathrm{mm} \approx 0.9\,\mathrm{mm}$ **[1п]**.

Коначни резултат је $d_{1/2} = (7.8 \pm 0.7)\,\mathrm{mm}$ или $d_{1/2} = (7.9 \pm 0.9)\,\mathrm{mm}$ **[1п]**.



Слика 1. График зависности $\ln\left(\dfrac{I_0}{I}\right)$ од x

Напомена: За друге облике линеаризације решење ће такође бити признато, при чему се бодови распоређују на следећи начин:
а) **[1п]**
б) **[11п]** (Табела 3 је идентична за било који облик линеаризације и бодује се са **[4п]**; Израз грешке за величине по x оси се бодује са **[1п]**; израз грешке за величине по y оси се бодује са **[3п].** Вредности аналогне Табели 4 се бодују са **[3п]**)
в) **[13п]** (График се бодује са **[6п]**, при чеми важе исти казнени бодови; тачно одређена вредност μ се бодује са **[1+1+1п]**; тачно одређена вредност $\Delta\mu$ се бодује са **[1+1+1п]**; коначан резултат се бодује са **[1п]**; уколико се при одређивању μ користе експерименталне тачке, бодовање се врши на начин у напомени под в)
г) **[5п]** (тачно одређена вредност $d_{1/2}$ се бодује са **[2+1п]**; тачно одређена вредност $\Delta d_{1/2}$ се бодује са **[2+1п]**; коначан резултат се бодује са **[1п]**)

Напомена: Како је временски интервал у свим мерењима исти могуће је користити однос $\ln\left(\dfrac{I_0}{I_i}\right) = \ln\left(\dfrac{N_0}{N_i}\right)$, што је у овом случају исправно за бројне вредности и бодује се. Мора се водити рачуна да се код одређивања грешке мора користити и време $\Delta\ln\left(\dfrac{I_0}{I_i}\right) = \dfrac{1}{\sqrt{N_0}} + \dfrac{1}{\sqrt{N_i}} + 2\dfrac{\Delta t}{t}$ **.**
Грешка $\Delta\ln\left(\dfrac{N_0}{N_i}\right) = \dfrac{1}{\sqrt{N_0}} + \dfrac{1}{\sqrt{N_i}}$ може довести до истих бројних вредности као и грешка $\Delta\ln\left(\dfrac{I_0}{I_i}\right)$, јер је допринос члана $2\dfrac{\Delta t}{t}$ мали, али овај резултат није добијен на исправан начин и не бодује се.