



Плутајућа епрувета са куглицама

У мензурџу са водом постављена је епрувета која плута у усправном положају. У епрувету која плута се постепено додају готово истоветне металне куглице. На основу извршених мерења и одговарајуће физичке анализе, одредити тражене величине.

На располагању су вам:

1. мензура;
2. стаклена епрувета, непознате масе m_e ;
3. металне куглице, непознатих, али приближно истих параметара r_k – полупречник и ρ_k - густина (7 комада)
4. дигитални нонијус (налази се на централном столу)
5. флаша са водом (густину воде узети да је $\rho_v = 1.0 \text{ g/cm}^3$)

Задатак 1 [14 поена] – Мерење пречника куглица

Измерити пречник свих куглица помоћу нонијуса. Одредити средњи пречник R_{SG} са припадајућом апсолутном грешком ΔR и релативном грешком δR (грешке се надаље не разматрају).

Потом одредити средњи полупречник куглица, r_k .

Напомена: Нонијус се налази на централном столу. Обратите се дежурном како би добили исти. По завршетку мерења, обратити се дежурном како би вратили нонијус.



Задатак 2 [9 поена] - Теорија

Нека је епрувета напуњена са i куглица и плута усправно у води, унутар мензуре. Нека је у мензури пре урањања епрувете ниво воде био такав да је запремина воде у мензури била V_0 . Написати израз који повезује запремину, V_i , која се читава при урањању епрувете са i куглица у мензуру и број куглица у мензури, i . У изразу је потребно да фигурише између осталих величина и средњи радијус куглице, r_k , полазећи од чињенице да су запремина куглице и њен полупречник повезани релацијом: $V_k = \frac{4}{3}r_k^3\pi$. Показати да је зависност $V_i = f(i)$ линеарна, и изразити коефицијент правца k и одсечак на y -оси n , у зависности од физичких величина које фигуришу у овом проблему.

Задатак 3 [7 поена] - Мерење

У мензуру сипати воду запремине $V_0 = 210 \text{ ml}$. У епрувету убацили једну куглицу и пустити је да плута у води. Потом додавати још по једну куглицу, док не истрошите све. При сваком додавању куглица извршити неопходна мерења којима бисте експериментално проверили важење једнакости изведене у задатку 2.

Напомена: Водити рачуна при руковању са епруветама, јер су направљене од стакла.

Напомена: Свака измерена величина мора бити приказана. Мерене и израчунате величине прикажите табеларно.

Задатак 4 [20 поена] – Цртање графика и одређивање релевантних величина

Нацртати график одговарајуће линеарне зависности. Опсег, размеру и оријентацију графика одредити тако да се график може најбоље приказати и да са графика можете најбоље скинути релевантне величине.

Напомена: Ове ставке из Задатка 4 се експлицитно бодују и морају постојати одређене у вашем раду!

На основу графика одредити:

1. густину материјала куглица, ρ_k ;
2. масу празне епрувете, m_e .

Напомена: ове величине ρ_k и m_e , је потребно одредити графичком методом, тј. читавајући одређене вредности са графика. Постоје и друге методе, рецимо на основу извесних директних мерења, али се оне у овом делу неће бодовати. Користити нацртан график за одређивање ових величина.

Упутство за коришћење дигиталног нонијуса: Нонијус се аутоматски укључује померањем покретног дела или притиском на црвени тастер ON/OFF. Пре коришћења, калибришите нонијус. Када је у потпуности затворен, дисплеј нонијуса треба да показује нулту вредност. Уколико то није случај, у затвореном положају притисните тастер ZERO како бисте ресетовали почетни положај на нулту вредност. Користите котур нонијуса како бисте га покретали. По коришћењу, искључите нонијус притиском на црвени тастер ON/OFF.

Задатак припремио: Проф. др Владимир Марковић, ПМФ Крагујевац

Рецензент: Проф. др Имре Гут, Депарман за физику, Нови Сад

Председник комисије: Проф. др Мићо Митровић, редовни професор у пензији, Физички факултет, Београд



РЕШЕЊЕ

Задатак 1 [14 поена] – Мерење пречника куглица

Да бисмо одредили средњи пречник куглице, потребно је измерити пречник сваке куглице и одредити средњи пречник формулом $R_{sr} = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6 + R_7}{7}$ [1п].

Измерене вредности су дате у Табели 1.

Табела 1- [7+1,4п]

i	$R[mm]$ [по 1п]	$ R_{sr} - R_i [mm]$ [по 0,2п]
1.	7,89	0.023
2.	7,87	0.043
3.	7,92	0.007
4.	7,93	0.017
5.	7,94	0.027
6.	7,91	0.003
7.	7,92	0.017

На основу Табеле 1. средња вредност пречника куглица износи $R_{sr} = 7,912 \text{ mm}$ [0,5п]. Апсолутна грешка читавања је $\Delta R = |R_{sr} - R_i|_{max} = 0,043 \text{ mm} \approx 0,05 \text{ mm}$ [0,5п]. Ако грешка није правилно заокружена дати или је мања од $0,01 \text{ mm}$ колико износи прецизност нонијуса не бодовати.

Средњи пречник износи $R_{sr} = (7,91 \pm 0,05) \text{ mm}$ [1,6п]. Било каква грешка не доноси бодове – на пример, ако је незаокружен резултат или грешка.

Релативна грешка мерења је $\delta R = \frac{0,043}{7,912} \cdot 100 \% \approx 0,6 \%$ [1п]. Ако су за израчунавање релативне грешке коришћене заокружене вредности грешке или резултата дати 0,5 поена.

Средњи полупречник кулице износи $r_k = \frac{R_{sr}}{2} = 3,96 \text{ mm}$ [1п]

Задатак 2 [9 поена] - Теорија

Епрувета плута у води према Архимедовом закону: На свако телу потопљено у течност делује сила потиска усмерена вертикално навише, која је једнака тежини истиснуте течности.

Уколико је почетна запремина течности у мензури $V_0 = 210 \text{ ml}$, а приликом урањања епрувете са i куглица, у мензури се читава ниво воде на запремини V_i , те на основу Архимедовог закона можемо писати:

$$\rho_V \Delta V g = m_e g + i m_k g, [2п]$$

где је $\Delta V = V_i - V_0$ запремина истиснуте течности и m_k маса једне куглице. Како се тражи зависност од полупречника куглице, масу куглице можемо изразити преко запремине и густине, тј. преко средњег полупречника:

$$m_k = \rho_k V_k = \frac{4}{3} r_k^3 \pi \rho_k. [1п]$$

Комбинацијом релација, долазимо до траженог израза

$$V_i = \frac{4}{3} r_k^3 \pi \frac{\rho_k}{\rho_V} \cdot i + \left(V_0 + \frac{m_e}{\rho_V} \right). [1п]$$

$$y = k \cdot x + n$$



Дати израз је линеарна функција $V_i(i)$, где је коефицијент правца $k = \frac{4}{3}r_k^3\pi\frac{\rho_k}{\rho_V}$ [2,5п], док је одсечак на y -оси једнак члану у загради $n = V_0 + \frac{m_e}{\rho_V}$ [2,5п].

Задатак 3 [7 поена] - Мерење

У овом задатку је неопходно мерити запремину коју показује мензура, при убацивању епрувете са i куглица у њој. Најмањи подеок мензуре је 2 ml, те бројке морају бити парне без децималних места (уколико је резултат изражен у ml). Одступање од ових вредности не доноси, или доноси делимичне поене у зависности од случаја. Надаље се не преносе ове грешке.

Вредности су дате у Табели 2:

Табела 2. [7п]

i	V_i [ml] [по 1п]
1.	228
2.	230
3.	232
4.	234
5.	236
6.	238
7.	240

Задатак 4 [20 поен] – Цртање графика и одређивање релевантних величина

Опсег:

x -оса: редни број куглице i . На осу треба нанети вредности $i = 0, \dots, 7$. Нулта вредност је неопходна како би се прочитао одсечак на y -оси. [1п]

y -оса: Запремина воде у мензури V_i . Куглице су идентичне и подижу ниво воде који одговара запремини око 2 ml па је опсег ове осе од 210 ml до 240 ml. Епрувета са једном куглицом показује ниво 228 ml, па се очекује да одсечак на y -оси буде при запремини 226 ml. Наравно ово није познато без овакве анализе, те је потребно на графику почети од 210 ml, што је почетна запремна воде. У потпуности бодовати опсег y -осе који почиње између 210 ml и 226 ml и завршава се са 240 ml. [1п]

Размера:

Landscape оријентација. Милимитарски папир садржи 27×18 већих подеока. Постављањем x -осе на 27 већих подеока би резултовало размери $1:27/7=1:3,85$, где притом дозвољена размера у коју се уклапа опсег 1:2, те се губи скоро 50% простора графика (једна вредност броја i износи два већа подеока, а 7 бројева које треба нанети 14 већих подеока; до 27 већих подеока губимо 13, што је скоро половина). На y -оси већи подеок милиметарског папира би износио 2 ml.

Portrait оријентација. На другој страни окретањем милиметарског папира у портрет положају, на x -оси има 18 већих подеока, што би резултовало размери $1:18/7=1:2,5$, где притом дозвољена размера у коју се уклапа опсег 1:2. Међутим за разлику од претходног случаја, ова размера покрива већи део графика по овој оси. За y -осу 27 већих подеока милиметарског папира је довољно да нам покрије опсег од 27 ml, те вредност већег подеока на милиметарском папиру може бити 1 ml, што је дупло повољније од претходне оријентације.



Напомена: Портрет оријентација омогућава дупло већу резолуцију у-осе од изабране, али ученик треба да схвати да ће празна мензура подићи ниво воде до запремине 226 ml . Опсег од 226 ml до 240 ml се може покрити вредношћу већег подеока милиметарског папира од $0,5 \text{ ml}$, што води ка дупло већем графику по у-оси.

Можемо закључити да милиметарски папир треба окренути „усправно“ у портрет оријентацији ради боље прегледности графика. [2п]

Вредности које наносимо на график су вредности из Табеле 2.

Коефицијенти праваца се одређују на основу скинуте вредности две тачке са графика. Како експерименталне тачке леже на графику, можемо узети прву и последњу за одређивање коефицијента правца праве, $A(1, 228)$ и $B(7, 240)$, тако да је $k = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = 2 \text{ cm}^3$ [2п]. Са графика одсечак на у-оси који нам је потребан за одређивање масе празне епрувете износи $n = 226 \text{ ml}$ [2п].

Из релације $k = \frac{4}{3} r_k^3 \pi \frac{\rho_k}{\rho_V}$, густина куглица износи $\rho_k = \frac{3k\rho_V}{4r_k^3\pi} = 7,72 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ [2п].

Из релације $n = V_0 + \frac{m_e}{\rho_V}$, маса празне епрувете износи $m_e = (n - V_0)\rho_V = 16 \text{ g}$ [2п].

График [8п] (осе 2п, ехп. тачке 3,5п, наслов 1п, две тачке 1п, 0,5п права)

