

РЕПУБЛИКА СРБИЈА
ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ
ИНСТИТУТ ЗА ФИЗИКУ И
ФИЗИЧКИ ФАКУЛТЕТ УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ
Општинско такмичење ученика средњих школа
школске 2003/2004. године
IV разред

1. Обележимо сопствена времена која протекну између два откуцаја срца вештица K, L и M са τ_{KK} , τ_{LL} и τ_{MM} респективно. Време између два откуцаја срца вештице L које мери вештица K је $\tau_{LK} = \frac{\tau_{LL}}{\sqrt{1 - \frac{v_L^2}{c^2}}} [5 \text{ п.}]$

Брзина вештице L је: $v_L = c\sqrt{1 - \frac{\tau_{LL}^2}{\tau_{LK}^2}} = \frac{3}{5}c [3 \text{ п.}]$. Из исказа вештице M следи: $\tau_{KM} = \tau_{LM} [2 \text{ п.}]$ па је: $\frac{\tau_{KK}^2}{1 - \frac{v_M^2}{c^2}} = \frac{\tau_{LL}^2}{1 - \frac{v_{ML}^2}{c^2}} [4 \text{ п.}]$ одакле следи: $v_M = |v_{ML}| = \frac{|v_M - v_L|}{\sqrt{1 - \frac{v_M v_L}{c^2}}} [3 \text{ п.}]$ одакле се добија: $v_M = c$, што је решење које нема физичког смисла, $[2 \text{ п.}]$ и $v_M = \frac{c^2}{v_L} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{v_L^2}{c^2}}\right) [3 \text{ п.}]$. Пошто је брзина вештице M мања од брзине светlosti, решење са знаком „+“ нема физичког смисла тако да је $v_L = \frac{1}{3}c [3 \text{ п.}]$.

2. a) Кинетичка енергија електрона након убрзавања је: $\frac{mv^2}{2} = eU [2 \text{ п.}]$. За кретање електрона у хомогеном магнетном пољу важи: $\frac{mv^2}{R} = evB [2 \text{ п.}]$. Специфично наелектрисање електрона у нерелативистичком рачуну је: $(\frac{e}{m})_{ner} = \frac{2U}{R^2 B^2} [1 \text{ п.}]$ односно $(\frac{e}{m})_{ner} = 1,75836 \cdot 10^{-11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} \cdot [1 \text{ п.}]$
- b) Уколико електроне сматрамо релативистичким онда је: $\frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - mc^2 = eU [3 \text{ п.}]$. За кретање релативистичких електрона у магнетном пољу важи: $evB = \frac{mv}{R\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} [4 \text{ п.}]$. Специфично наелектрисање је: $(\frac{e}{m})_{rel} = \frac{2U}{B^2 R^2 - \frac{U^2}{c^2}} [2 \text{ п.}]$. Заменом бројних вредности добија се: $(\frac{e}{m})_{rel} = 1,76008 \cdot 10^{-11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} [1 \text{ п.}]$.
- b) Релативна грешка нерелативистичке апроксимације је: $\delta = \frac{(\frac{e}{m})_{rel} - (\frac{e}{m})_{ner}}{(\frac{e}{m})_{rel}} = \frac{U^2}{c^2 B^2 R^2} [3 \text{ п.}]$. Након замене бројних вредности добија се $\delta = 0,1\% [1 \text{ п.}]$.

3. Енергија која се еmitује у јединици времена са површине Сунца је: $W = 4\pi R_S^2 \sigma T^4 [3 \text{ п.}]$. Како је расподела енергије сферносиметрична то је: $W = 4\pi R_{SZ}^2 S [5 \text{ п.}]$. Температура на површини Сунца је: $T_S = \sqrt[4]{\frac{R_{SE}^2 \cdot S}{R_S^2 \sigma}} [3 \text{ п.}]$. Заменом бројних вредности добија се: $T_S = 5800 \text{ K} [1 \text{ п.}]$. Ако Земљу посматрамо као апсолутно црно тело укупна енергија коју Земља апсорбује од Сунца једнака је укупној енергији коју Земља еmitује: $4\pi R_Z^2 S = 4\pi R_Z^2 \sigma T_Z^4 [4 \text{ п.}]$ из чега следи $T_Z = \sqrt[4]{\frac{S}{\sigma}} [3 \text{ п.}]$ односно $T_Z = 394 \text{ K} [1 \text{ п.}]$.

4. Закони одржања енергије и импулса су: $E_\gamma = E'_\gamma + T_e [3 \text{ п.}]$ и $p_\gamma = -p'_\gamma + p_e [4 \text{ п.}]$. Како је електрон после расејања ултрапрелативистички, то је: $T_e = E_e - m_e c^2 = p_e c - m_e c^2 [4 \text{ п.}]$. Како је $E_\gamma = p_\gamma c [1 \text{ п.}]$ енергија расејаног γ -квантa износи: $E'_\gamma = \frac{m_e c^2}{2} [3 \text{ п.}]$ из чега се види да енергија расејаног γ -квантa не зависи од енергије упадног γ -квантa.

5. За $R < r$ електрично поље језгра одређује се применом Гаусове теореме: $E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Zer^3}{\epsilon_0 R^3} [3 \text{ п.}]$ односно $E = \frac{Zer}{4\pi\epsilon_0 R^3} [1 \text{ п.}]$. За $R > r$ јачина електричног поља језгра је $E = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0 r^2} [1 \text{ п.}]$. За кретање електрона унутар језгра важи: $\frac{mv^2}{r} = eE = \frac{Ze^2 r}{4\pi\epsilon_0 R^3} [2 \text{ п.}]$. Ако се искористи Боров услов квантовања $L = n\hbar [2 \text{ п.}]$ добија се: $r_n = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt[4]{Z}} \cdot R \cdot \sqrt[4]{\frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2 R}} [3 \text{ п.}]$ и $v_n = \sqrt{n} \sqrt[4]{Z} \cdot \frac{\hbar}{mR} \sqrt[4]{\frac{\pi m e^2 R}{\epsilon_0 h^2}} [3 \text{ п.}]$. За кретање електрона изван језгра добијају се исти резултати као у Боровом моделу $r_n = \frac{n^2}{Z} \cdot \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2} [1 \text{ п.}]$ и $v_n = \frac{Z}{n} \cdot \frac{e^2}{2\epsilon_0 h} [1 \text{ п.}]$. Да би се електрон кретао унутар језгра треба да важи $r_1 \leq R [2 \text{ п.}]$, тј. $R \geq \frac{\epsilon_0 h^2}{Z\pi m e^2}$. У противном односно за $R \leq \frac{\epsilon_0 h^2}{Z\pi m e^2} [1 \text{ п.}]$ добијени резултати се не разликују од резултата добијених у Боровом моделу.