

Решења задатака са републичког такмичења ученика средњих школа - 2005

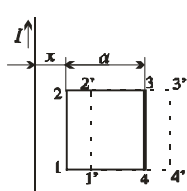
III разред

1. Сопствена фреквенција резонатора је $\nu_0 = \nu/\lambda = \sqrt{\gamma RT/M} / \lambda$, а фреквенција којом га побуђује извор

је $\nu_1 = \nu \nu / (\nu - \nu_1)$. При резонанцији је $\nu_1 = \nu_0$, па се извор креће брзином $\nu_1 = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} - \nu \lambda = 36 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

2. $F_{\text{tl}} = 12 \mu\text{mg} > 32\text{mg}/30$ па се веће тело не помера, а мање осцилује пригушено са почетном амплитудом $A_1 = 32 \text{ cm}$. Смањење укупне енергије је једнако раду силе трења, за две узастопне амплитуде са супротних страна равн. положаја важи $kA_n^2/2 - kA_{n+1}^2/2 = \mu\text{mg}(A_n + A_{n+1})$, па је $A_n - A_{n+1} = 2\mu\text{mg}/k = 2\mu\text{a} = 6 \text{ cm}$, и суседне амплитуде су 32 (десно) 26 (лево), 20(д), 14(л), 8(д) 2(лево) у центиметрима. На овој удаљености еласт. сила не може да покрене тело, па је крајње растојање тела мање за 2 cm од почетног.

3. При малом померању за време Δt из положаја 1-2-3-4 у положај 1'-2'-3'-4', магн. индукције у



областима 122'1' и 344'3' су приближно константне и износе $B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$ и

$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi (x+a)}$, а површине области износе $S = av\Delta t$. Индукована ЕМС износи:

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Phi_{122'1'} - \Phi_{344'3'}}{\Delta t} = -\frac{B_2 S - B_1 S}{\Delta t} = \frac{B_1 av\Delta t - B_2 av\Delta t}{\Delta t} = \frac{\mu_0 I a^2 v}{2\pi x(x+a)}$$

Пошто је $R = \frac{4\rho a}{S}$, то је струја у раму $I' = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mu_0 I a^2 v}{2\pi x(x+a)R}$. Да би се рам кретао константно треба

деловати силом која је једнака сили међусобног деловања стр. проводника и рама, али супротног смера, тј од струјног проводника. Пошто је $x \ll a$, може се занемарити сила одбијања струјног проводника и удаљење странице, па је привлачна сила приближно једнака

$$F = \frac{\mu_0 I^2 a}{2\pi x} = \frac{\mu_0^2 a^3 I^2 v}{4\pi^2 x^2 (x+a)R}$$

4. а) За откидање $F_e = q_0 E = q_0 \sigma / 2\varepsilon_0 = q_0^2 / 2\varepsilon_0 S = C^2 U^2 / 2\varepsilon_0 S = \varepsilon_0 S U^2 / 2d^2 > Mg \Rightarrow U > d\sqrt{2Mg/\varepsilon_0 S}$

б) На раст. x плоче 2,3 и 1 су наелектрисане са q , q_0 и $q+q_0$ а падови потенцијала су

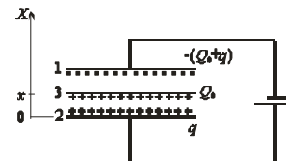
$$\left(\frac{q}{2\varepsilon_0 S} - \frac{q_0}{2\varepsilon_0 S} + \frac{q_0+q}{2\varepsilon_0 S} \right) x + \left(\frac{q}{2\varepsilon_0 S} + \frac{q_0}{2\varepsilon_0 S} + \frac{q_0+q}{2\varepsilon_0 S} \right) (d-x) = \left(\frac{qd}{\varepsilon_0 S} + \frac{q_0 d}{\varepsilon_0 S} - \frac{q_0 x}{\varepsilon_0 S} \right), \text{ па је}$$

$$q = \frac{U_0 \varepsilon_0 S}{d} - q_0 \left(1 - \frac{x}{d} \right) = \frac{\varepsilon_0 U_0 S}{d^2} x \text{ а ел. сила } F_e = q_0 E = q_0 \left(\frac{q}{\varepsilon_0 S} + \frac{q_0}{2\varepsilon_0 S} \right) = \frac{\varepsilon_0 S U^2}{2d^2} \left(1 + \frac{2x}{d} \right), \text{ па је}$$

$$F(x) = F_e - Mg = \frac{\varepsilon_0 S U^2}{d^3} x = \frac{2Mg}{d} x.$$

в) Рад ове силе $A = \int_0^d F dx = \int_0^d \frac{2Mg}{d} x dx = Mgd$ (или одговарајућа површина

испод графика) је једнак промени кин. енергије $Mv^2/2$, па је $v = \sqrt{2gd}$.



5. (III и IV разред) Према једначини $T = 2\pi\sqrt{LC_e} = 2\pi\sqrt{L(C+C_x)}$, следи да T^2 зависи линеарно од C на следећи начин: $T^2 = 4\pi^2 LC + 4\pi^2 LC_x$. Члан који се налази уз C одговара коефицијенту правца праве, а слободан члан $4\pi^2 LC_x$ одговара одсечку на ординати. Ради графичког решавања проблема потребно је нацртати график $T^2 = f(C)$ према следећим подацима:

C [nF]	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35
T [μs]	^{7.67} 7.7	^{8.27} 8.3	8.9	9.4	9.8	10.5
ΔT [μs]	0.1	^{0.13} 0.2	⁰ 0.1	0.1	0.1	0.1
T^2 [10^{-12} s ²]	^{58.8} 59	^{68.4} 68	^{79.2} 79	^{88.4} 88	^{98.0} 98	^{110.2} 110
ΔT^2 [10^{-12} s ²]	^{1.6} 2	^{2.2} 3	^{1.8} 2	^{1.9} 2	^{2.0} 2	^{2.1} 2

Вредност непознатог капацитета C_x може се директно прочитати са графика $T^2 = f(C)$ као одсечак на апсиси.

$C_x = 0.2\text{nF}$. Један од начина процене апсолутне грешке овог одсечка је повлачењем највертикалније и најхоризонталније праве, при чему се за апсолутну грешку овог одсечка може узети половина интервала у оквиру кога се налази његова вредност. Дакле, $\Delta C_x = 0.05\text{nF} \approx 0.05\text{nF}$.

$$\Rightarrow C_x = (0.20 \pm 0.05)\text{nF}.$$

Непозната индуктивност завојнице се одређује из вредности одсечка на ординати b . Пошто је $b = 4\pi^2 LC_x$, следи да је $L = \frac{b}{4\pi^2 C_x}$.

Вредност b прочитана са графика износи $b = 39 \cdot 10^{-12}\text{s}^2$, а његова апсолутна грешка као половина интервала у оквиру кога се налази ова вредност $\Delta b = 3 \cdot 10^{-12}\text{s}^2$.

$$\Rightarrow b = (39 \pm 3) \cdot 10^{-12}\text{s}^2 \Rightarrow L = \frac{39 \cdot 10^{-12}\text{s}^2}{4\pi^2 \cdot 0.2 \cdot 10^{-9}\text{F}} = 4.9 \cdot 10^{-3}\text{H}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta C_x}{C_x} = \frac{3}{39} + \frac{0.05}{0.2} = 0.327 \Rightarrow \Delta L = 1.6 \cdot 10^{-3}\text{H} \approx 2\text{mH}$$

$$\Rightarrow L = (5 \pm 2)\text{mH}$$

Одабирањем две неексперименталне тачке са праве, A – између прве и друге и B – између последње и претпоследње експерименталне тачке, на пример $A(0.125\text{nC}, 89 \cdot 10^{-12}\text{s}^2)$ и $B(0.325\text{nC}, 167 \cdot 10^{-12}\text{s}^2)$ одређује се коефицијент правца праве као:

$$a = \frac{T_B^2 - T_A^2}{C_B - C_A} = \frac{(103 - 64) \cdot 10^{-12}\text{s}^2}{(0.325 - 0.125) \cdot 10^{-9}\text{F}} = 245 \cdot 10^{-3} \frac{\text{s}^2}{\text{F}}.$$

$$\Delta(T_B^2) = 3 \cdot 10^{-12}\text{s}^2; \Delta(T_A^2) = 2 \cdot 10^{-12}\text{s}^2; \Delta x_B = \Delta x_A = 2.5 \cdot 10^{-3}\text{nF}$$

$$\frac{\Delta a}{a} = \left(\frac{\Delta(T_B^2) + \Delta(T_A^2)}{T_B^2 - T_A^2} + \frac{\Delta C_B + \Delta C_A}{C_B - C_A} \right) = 0.127 = 13\% \Rightarrow \Delta a = 31 \cdot 10^{-3} \frac{\text{s}^2}{\text{F}} \approx 30 \cdot 10^{-3} \frac{\text{s}^2}{\text{F}}$$

$$\Rightarrow a = (240 \pm 30) \cdot 10^{-3} \frac{\text{s}^2}{\text{F}}$$

$$\text{Пошто је } a = 4\pi^2 L \text{ следи да је } L = \frac{a}{4\pi^2} = \frac{390 \cdot 10^{-3} \frac{\text{s}^2}{\text{F}}}{4\pi^2} = 9.89 \cdot 10^{-3}\text{H}.$$

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta a}{a} = 0.089 = 8.9\% \Rightarrow \Delta L = 0.88 \cdot 10^{-3}\text{H} \approx 0.9\text{mH}$$

$$\text{Такође, пошто је } b = 4\pi^2 LC_x, \text{ следи да је } C_x = \frac{b}{4\pi^2 L} = \frac{40 \cdot 10^{-12}\text{s}^2}{4\pi^2 9.89 \cdot 10^{-3}\text{H}} = 1.03 \cdot 10^{-10}\text{F}.$$

$$\frac{\Delta C_x}{C_x} = \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta L}{L} = \frac{4}{40} + 0.089 = 0.189 = 18.9\% \Rightarrow \Delta C_x = 0.19 \cdot 10^{-10}\text{F} \approx 0.2 \cdot 10^{-10}\text{F}$$

$$C_x = (1.0 \pm 0.2) \cdot 10^{-10}\text{F} = (0.10 \pm 0.02)\text{nF}$$