DRUŠTVO FIZIČARA SRBIJE I CRNE GORE
MINISTARSTVO PROSVJETE I NAUKE REPUBLIKE CRNE GORE
MINISTARSTVO PROSVETE I SPORTA REPUBLIKE SRBIJE
MINISTARSTVO ZA PROSVJETU, NAUKU I KULTURU REPUBLIKE SRPSKE
Savezno takmičenje iz fizike učenika srednjih škola školske 2004/2005. godine
Opšta grupa

1. a) Za posmatrača na Zemlji, putovanje rektora bi trajalo $1/(1 - V_R^2/c^2)^{1/2}$ zemaljskih dana, gde je V_R brzina rektorovog kosmičkog broda, pod uslovom da jednačina $V_R/(1 - V_R^2/c^2)^{1/2} = 10 \cdot c \cdot 365$ ima rešenje $V_R < c$. Pošto je rešenje te jednačine $V_R = Ac/(1 + A^2)^{1/2}$, gde $A \equiv 3650$, rektorova izjava je istinita. (6b) b) Lažan iskaz. (2b) v) Označavajući sa V_S brzinu Gama-ekspresa mora važiti jednačina $V_S/2(1 - V_S^2/c^2)^{1/2} = Ac$, čije rešenje je $V_S = c2A/(1 + 4A^2)^{1/2} < c$ (3b). Sekretarov put traje $1/2(1 - V_S^2/c^2)^{1/2} = \text{Š}(1/4) + A^2\text{Ć}^{1/2}$ zemaljskih dana, (3b) pa uslov $1/2 + \text{Š}(1/4) + A^2\text{Ć}^{1/2} = (1 + A^2)^{1/2}$ ne može biti zadovoljen, tj. iskaz sekretara je lažan. (2b) g) Lažan iskaz, jer je dilatacija vremena univerzalan fenomen, važi i za biološke procese. (2b) d) Tačan iskaz jer su brzine kosmičkih brodova sigurno manje od c. (2b)
2. Gornja i donja polovina bisočiva formiraju po jedan tačkast lik izvora S u skladu sa zakonima geometrijske optike, na istom mestu gde bi ga formiralo *odgovarajuće* celo sočivo. (3b) Pretpostavimo da je izvor S postavljen na nekom rastojanju $P < f$ od bisočiva. Iz Gausove jednačine sočiva, $1/P + 1/L = 1/f$ imamo $L = Pf/(P - f) < 0$. (3b) Bisočivo formira dva imaginarna lika, S_1 i S_2, levo od bisočiva, na rastojanju $\text{đ}L\text{đ}$ od njega, koji su simetrično raspoređeni u odnosu na osu bisočiva, i nalaze se na međusobnom rastojanju $D = aP/(f - P)$. (4b) Sistem predstavlja varijantu Jungovog eksperimentalnog uređaja, pri čemu su likovi S_1 i S_2 odgovarajući sinfazni izvori. Iz teorije Jungove interferencije imamo da je $\Delta x = \lambda(R + \text{đ}L\text{đ})/D$ (3b) $= \lambda\text{Š}R + fP/(f - P)\text{Ć}\ (f - P)\ /\ aP$, gde je R rastojanje od bisočiva do zaklona, odnosno $\Delta x = \lambda\text{Š}R(f - P)/aP + f/a\text{Ć}$. (3b) Veličina na desnoj strani poslednje jednačine ne zavisi od R pod uslovom da $P \to f$. (3b) U tom slučaju imamo $a = \lambda f/\Delta x$ (1b) $= 0{,}6$ mm. (1b) Nije teško uvideti da pretpostavka da je izvor S postavljen tako da je $P > f$, kada su likovi S_1 i S_2 realni i nalaze se desno od bisočiva, ne može biti usklađena sa uslovom zadatka. (4b)
3. Nakon zatvaranja prekidača $(t = 0)$, kroz kolo teče struja jačine i koja zadovoljava jednačinu $E = Ldi/dt + lj/C$. (1)(3b) Diferencirajući jednačinu (1) po vremenu i koristeći vezu $i = dlj/dt$ dobijamo $Ld^2i/dt^2 + i/C = 0$, odnosno $d^2i/dt^2 + \omega^2 i = 0$, (2) gde $\omega^2 = 1/LC$. (4b) Pošto jednačina (2) ima isti oblik kao jednačina linearnog harmonijskog oscilovanja $d^2x/dt^2 + \omega^2 x = 0$, (3) te jednačine imaju ista rešenja. Vodeći računa da je $i(t = 0) = 0$ (efekt samoindukcije!) zaključujemo da važi $i = A\sin\omega t$. (4) (6b) Amplitudu struje A nalazimo iz uslova da u početnom trenutku

mora biti $di/dt = E/L$, što se može zaključiti na osnovu jednačine (1), pa je $A\omega = E/L$. (3b) Struja u kolu je data jednačinom (4) samo do trenutka $t^* = \pi/\omega$. (3b) (Nakon tog trenutka jačina struje u kolu je 0.) Kako je $di/dt = A\omega \cos\omega t$, imamo da je di/dt u trenutku $t = t^*$ jednako $-E/L$, (3b) pa iz jednačine (1) zaključujemo da je konačno naelektrisanje na oblogama kondenzatora $2CE$, odnosno traženi napon je $2E$. (3b)

4. a) U ovom slučaju na sistem ribar-čamac ne deluje nikakva spoljašnja sila horizontalnog pravca, pa se horizontalna komponenta impulsa sistema održava, odnosno važi $m\boldsymbol{v}_{ro} + M\boldsymbol{V}_{\check{C}} = \boldsymbol{0}$, (2b) gde je $\boldsymbol{v}_{ro}$ brzina ribara u odnosu na obalu a $\boldsymbol{V}_{\check{C}}$ brzina čamca u odnosu na obalu. Pošto je $\boldsymbol{v}_r + \boldsymbol{V}_{\check{C}} = \boldsymbol{v}_{ro}$, (2b) gde je $\boldsymbol{v}_r$ brzina ribara u odnosu na čamac, iz prethodnih jednačina nalazimo $m\boldsymbol{v}_r + (M+m)\boldsymbol{V}_{\check{C}} = \boldsymbol{0}$. Odavde je $V_{\check{C}} = v_r\, m/(M+m)$, (2b) odakle neposredno sledi da se čamac kreće duž horizontalnog pravca samo dok se i ribar kreće (7 sekundi), kao i da se čamac pomeri za rastojanje $Lm/(M+m)$. (3b) b) Sada je jednačina kretanja sistema

5. ribar-čamac duž horizontalnog pravca $d\,\text{Š}m\boldsymbol{v}_r + (M+m)\boldsymbol{V}_{\check{C}}\text{Ć}dt = -K\boldsymbol{V}_{\check{C}}$, (4b) gde je K konstanta. Uzimajući da se horizontalni pravac poklapa sa pravcem x-ose, integracijom prethodne jednačine nalazimo $m\boldsymbol{v}_r + (M+m)\boldsymbol{V}_{\check{C}} = -K(x - x_0)\boldsymbol{i}$, (5b) gde je x koordinata proizvoljne ali fiksirane tačke čamca a x_0 njena početna vrednost; $\boldsymbol{i}$ je ort x-ose. (Vrednost integracione konstante, Kx_0, određena je iz uslova da su u početnom trenutku ribar i čamac u miru.) Budući da poslednja jednačina važi u svakom trenutku kretanja sistema, i budući da na kraju i ribar i čamac opet miruju, sledi da je konačna vrednost x jednaka x_0, odnosno da se čamac zaustavlja u svom početnom položaju. (5b) U nekom trenutku $t = t^*$ kad ribar stigne na krmu, koordinata posmatrane tačke čamca ima neku vrednost x^*, a brzina čamca *u tom trenutku* je data izrazom $\boldsymbol{V}_{\check{C}}^* = -K(x^* - x_0)\boldsymbol{i}$. (2b) Za $t > t^*$, jednačina kretanja sistema je $d\,\text{Š}(M+m)\boldsymbol{V}_{\check{C}}\text{Ć}dt = -K\boldsymbol{V}_{\check{C}}$, odnosno $dV_{\check{C}} = -\alpha V_{\check{C}}\, dt$, (2b) gde $\alpha \equiv K/(M+m)$. Integracijom poslednje jednačine, uzimajući da je sada t^* početni trenutak, nalazimo $V_{\check{C}} = V_{\check{C}}^* \exp(-\alpha t)$, (2b) odakle neposredno sledi da će se čamac veoma dugo kretati do svog konačnog zaustavljanja. (1b)

Zadatke pripremio: Dragan Redžić
Recenzent: Đorđe Spasojević
Predsednik komisije: Mićo Mitrović