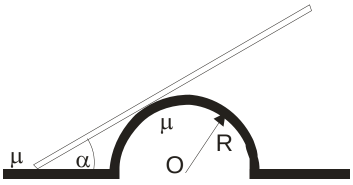
ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ И СПОРТА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ
Задаци за републичко такмичење ученика средњих школа
14. мај 2005.
I разред

1. Еластична лоптица је бачена вертикално увис почетном брзином v_o. Након достизања максималне висине H_o=10 m лоптица је одскакала од хоризонталне подлоге и то тако што је досезала максималне висине $\alpha H_к$, где је α=0.75 и $к$=0, 1, 2,....Пронаћи укупно време кретања лоптице као и укупни пређени пут. За бесконачну геометријску прогресију важи: $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = (1-q)^{-1}$, за q<1. **(20 б.)**

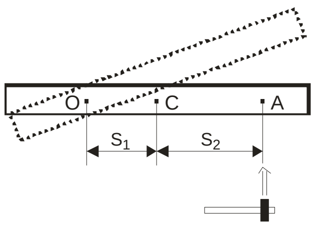
2. Права хомогена греда дужине $L=2R\mu$ ослоњена је о непомични полуваљак полупречника R и о хоризонтални под (слика 1). Коефицијент трења између греде и пода као и између греде и полуваљка је исти и износи μ. Ако се греда, ослоњена на полуваљак под углом од α=30° у односу на хоризонталну раван налази у статичкој равнотежи, пронаћи вредност коефицијента трења. **(15 б.)**

3. Танка хомогена шипка, која мирује на гладком столу, је ударена у некој тачки A, (што је представљено на слици 2) у хоризонталном правцу нормално на шипку. Показати: а) да ће се после удара шипка вртети око вертикалне осе која пролази кроз тачку O, при чему, ако је трење занемарљиво важи однос $s_1 \cdot s_2 = I_c/m$, где је m-маса шипке, $I_c = m \cdot l^2/12$ момент инерције шипке у односу на на осу која пролази кроз центар масе шипке C, s_1 растојање тачке A од C , а s_2 растојање тачке O од C, а l дужина шипке. б) шта ће се десити ако се шипка удари у тачки O, нормално на шипку? ц) где ће се налазити оса ротације шипке ако се иста удари на крају шипке (такође нормално на шипку)? **(20 б.)**

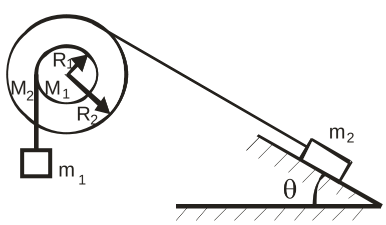
4. Два котура приказана на слици 3, су круто спојена и могу слободно да ротирају око исте хоризонталне осе која пролази кроз центре котурова. На котуру је намотан лак, неистегљив и идеално савитљив конац а на крају једног конца је закачено тело масе m_1=4 kg, а на крају другог је закачено тело масе m_2=m$_1$/2. Коефицијент трења између стрме равни и тела масе m_2 је μ=0.3 а угао нагиба стрме равни износи ϑ=30°. Ако су масе котура $M_1=m_1$ и $M_2=4m_1$ а однос полупречника R_2/R_1=2, одредити убрзање тела масе m_1 као и силе затезања у концима. Момент инерције цилиндра у односу на осу нормалну на раван основе а која пролази кроз центар је $I_c=mR^2/2$. **(20 б.)**



Слика 1.



Слика 2.



Слика 3.

5. У циљу одређивања убрзања тела које се котрља низ стрму раван, постављен је следећи експеримент. Котрљање куглице је праћено системом који се састојао од: 1) дигиталне камере 2) процесорског дела који је обрађивао дигиталне податке 3) дисплеја који је приказивао тренутну брзину куглице са поузданошћу од 0.1 m/s. Мерене су тренутне брзине које је тело поседовало након пређеног унапред задатог растојања и то по три пута за свако пређено растојање. У табели 1. су представљени резултати мерења физичких величина.

а) нацртати график ове зависности

б) наћи теоријску зависност између мерених физичких величина

ц) користећи методу најмањих квадрата или график, израчунати убрзање тела и његову апсолутну грешку

s [m]	2	4	6	8	10	12
v_i [m/s]	5.9	8.4	10.3	11.6	13.1	14.3
	5.8	8.0	10.3	11.9	12.9	14.5
	5.6	8.2	10.0	11.5	13.0	14.3

Табела 1. **(25 б.)**

Задатке припремио: Сава М. Д. Галијаш
Рецензент: Александар Срећковић
Председник комисије: Мићо Митровић

ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ И СПОРТА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ
Решења задатака са републичког такмичења ученика средњих школа
14. мај 2005.
I разред

1. Укупно време је $\tau = t_o + t_1 + t_2 + ...$ где је t_k (κ=0, 1, 2,...) временски интервал између два узастопна положаја на хоризонталној подлози за који ће лоптица достићи максималну висину H_κ. Нека је v_k брзина на почетку временског интервала t_k. Тада је након одскока тренутна висина $H=v_k t-0.5gt^2$ а тренутна брзина $v=v_k-gt$. Максимална висина се добија из услова $v=0 \Rightarrow t=v_k/g$ па је $H_k=v_k^2/2g \Rightarrow \quad v_k = \sqrt{2gH_k}\,, t_k = 2v_k/g\ (*)$. **(5б.)**Пошто је $v_{k+1}/v_k = \sqrt{H_{k+1}/H_k} = \sqrt{\alpha}\,,\ \Rightarrow\ v_{k+1} = v_o\sqrt{\alpha}^{k+1}\ (**)$**(5б.).** Из (*)

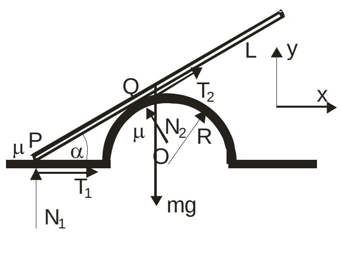
$$t_{k+1} = 2v_o\sqrt{\alpha}^{k+1}/g \Rightarrow \tau = 2v_o\left(1+\sqrt{\alpha}+\sqrt{\alpha}^2+...\right)/g = 2\sqrt{2gH_o}/g\left(1-\sqrt{\alpha}\right) = 21{,}3s.\ \textbf{(5б.)}$$

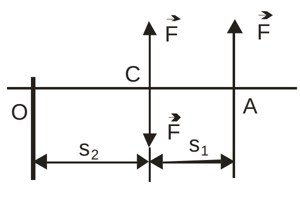
Укупни пут је $s=2(H_o+H_1+....)$. Из $H_{k+1}=v_{k+1}^2/2g$ и (**) $\Rightarrow$ $H_{k+1}=v_o^2\alpha^{k+1}/2g$ па је коначно $s = v_o^2/g(1-\alpha) = 80m$. **(5б.)**

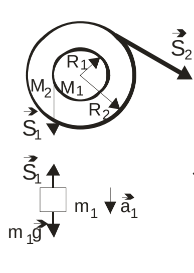
2. Пошто је греда крута, проклизавање се дешава истовремено на местима додира P и Q. Због тога су силе трења на тим местима максималне и износе $T_1=\mu N_1$ и $T_2=\mu N_2$. Према слици, моментна једначина за пол P гласи: $N_2 l-mg(L/2)\sqrt{3}/2=0$ (*) где је $l=\overline{PQ}$. Равнотежа сила даје: $\sum F_x=0 \Rightarrow T_1+T_2\sqrt{3}/2-N_2\,0.5=0$ и $\sum F_y=0 \Rightarrow N_1+N_2\sqrt{3}/2+T_2\,0.5-mg=0$ **(5 б.)**. Из задње две једначине следи $N_2=\mu mg/((1+\mu^2)\,0.5)$ (*). Из троугла PQR $\Rightarrow l = \sqrt{(2R)^2-R^2} = \sqrt{3}R$ **(5 б.)**. Сменом N_2 у (*) добијамо $1+\mu^2=4 \Rightarrow \mu=\sqrt{3}$ **(5 б.).**

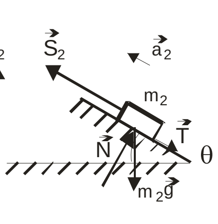
3. Замислити да се на тачку C делује силама F_1 и F_2 истих интезитета и супротних смерова**(2)**. Тада ће F_1 изазвати убрзано кретање шипке убрзањем $a=F_1/m$. **(2)** Пар сила F, F_2 ће изазвати ротацију око осе која пролази кроз центар масе C и то угаоним убрзањем $\alpha=Fs_1/I_c$**(3).** Због ротирања шипке, тачка O ће поседовати тангенцијално убрзање $a_\tau=\alpha s_2=Fs_{11}s_2/I_c$(3).Услов мировања O: $Fs_1s_2/I_c=F/m \Rightarrow s_1s_2=I_c/m$ **(2).** б) Ротација око A (3). ц) $s_2 = l/6$ (5).

4. Нек се систем креће као на слици. Једначине кретања тела су: $m_1a_1=m_1g-S_1$, $m_2a_2=S_2-T-m_2g\ 0.5 = S_2-m_2g(0.5+\mu\sqrt{3}\ /2)$ а котура: $I_c\alpha=S_1R_1-S_2R_2$. **(5б.)**Пошто је угаоно убрзање два спојена котура $\alpha=a_1/\ R_1\ =a_2/R_2$ **(2б.)**а момент инерције овог тела $I_c=0.5M_1R_1^2+0.5M_2R_2^2$, **(3б.)**следи да је убрзање једнако: $a_1 = g\dfrac{1-\dfrac{m_2R_2}{m_1R_1}\left(\dfrac{1}{2}+\mu\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)}{1+\dfrac{M_1}{2m_1}+\left(\dfrac{m_2}{m_1}+\dfrac{M_2}{2m_1}\right)\left(\dfrac{R_2}{R_1}\right)^2} = 0{,}205\dfrac{m}{s^2}$. **(5б.)** Следи да је $S_1=m_1(g-a_1)$=38,4N и сила S_2: $S_2=m_2\,((R_2/R_1)a_1+(\mu\sqrt{3}\,/2+1/2)g)$=15.7N.**(5б.)**









5. а) $v^2 = (2a)s$ **(1б.)**

б) Треба нацртати график $v^2 = \mathrm{f}(s)$ **(8б.)**

в) Изабране неексперим. тачке са праве за израчунавања коефицијента правца к су: $A(3, 50)$ $B(11, 188)$

$$k = \frac{\left(v^2\right)_B - \left(v^2\right)_A}{s_B - s_A} = \frac{(188-50)m^2/s^2}{(11-3)m} = \frac{138\,m^2/s^2}{8m} = 17.25\, {}^{m}\!/_{s^2} \quad \textbf{(2б.)}$$

$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{\left(\Delta v^2\right)_B + \left(\Delta v^2\right)_A}{{v_B}^2 - {v_A}^2} + \frac{\Delta s_B + \Delta s_A}{s_B - s_A} = \frac{3.74 + 3,28}{188-50} + \frac{0.1+0.1}{11-3} = 0.051 + 0.025 = 0.076 \ \textbf{(2б.)}$$

$$\Delta k = k\,0.076 = 1.311\, m/s^2 \ \Rightarrow k = (17 \pm 2)\ m/s^2 \qquad \textbf{(1б.)}$$

$a = k/2 = 17.25/2 = 8.625$ m/s^2, $\Delta a = a\Delta k/k = 8.625$ m/s^2 $0.076 = 0.66$ m/s^2 **(1б.)**

a = (8.6 ± 0.7) m/s^2 (4б.)

s [m]	2	4	6	8	10	12
v_{sr}[m/s]	5,77	8,2	10,2	11,67	13	14,37
Δv[m/s]	0.17 0,2	0,2	0,2	0.23 0,3	0,1	0.13 0,2
v[m/s]	5,8	8,2	10,2	11,7	13,0	14,4
v^2[m^2/s^2]	33,29	67,24	104,04	136,19	169,00	206,50
Δv^2[m^2/s^2]	1,96 2	3,28 4	4,08 4	5,37 6	2,60 3	3,74 4
v^2[m^2/s^2]	33	67	104	136	169	206

(6б.)

Задатке припремио: Сава М. Д. Галијаш
Рецензент: Александар Срећковић
Председник комисије: Мићо Митровић