**ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ**
**МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ И СПОРТА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ**
**Задаци за републичко такмичење ученика средњих школа 2005**
**IV разред**

1. Честица-пројектил масе $m$ и брзине интензитета $v_1$ налеће на честицу-мету масе $M$ која мирује. Након судара пројектил и мета се разлећу тако да њихове брзине заклапају углове означене са $\theta$ и $\varphi$ са вектором $\vec{v}_1$, респективно. Све величине мерене су у односу на референтни систем лабораторије. Услед судара долази до *повећања* унутрашње енергије мете за неки износ означен са $\Delta W_i$; унутрашња енергија пројектила се не мења. а) Наћи зависност $\Delta W_i$ од угла расејања $\varphi$ и интензитета брзине мете након судара. (11 б.) б) Колике су брзине пројектила и мете након судара у случају да је повећање унутрашње енергије мете највеће могуће? (6 б.) ц) Ако су пројектил и мета два атома водоника који су, пре судара, били у истом, основном енергетском стању, наћи, користећи Боров модел атома водоника, граничну брзину $v_{1c}$ испод које овакав судар сигурно неће бити праћен емисијом фотона. (5 б.) Енергија јонизације атома водоника износи $W_{ion}$ = 13,6 eV; маса атома водоника приближно је једнака маси протона, $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg. Све брзине су нерелативистичке. (22 б.)

2. $\gamma$ - зрачење таласне дужине $\lambda =$ 2,47 pm пада на површину сребра (излазни рад в$A$ = 4,7 eV). Емитовани фотоелектрони улећу у хомогено магнетно поље индукције $B = 10^{-2}$ T, нормално на правац линија поља. Колики је радијус кружница по којима се фотоелектрони крећу у магнетном пољу, и колика је њихова брзина? (20 б.)

3. Две шупље лопте које имају апсолутно рефлектујуће спољашње површине стављене су једна поред друге. У зидовима ових лопти направљен је по један мали кружни отвор пречника $d$ = 1 cm. Отвори се налазе један наспрам другог, на међусобном растојању $r$ = 15 cm. У једној лопти одржава се константна температура $T_1$ = 2000 K. Колика је равнотежна температура у другој лопти? (18 б.)

4. У крв човека уведена је мала количина раствора који садржи радио-изотоп $_{11}Na^{24}$ активности $A^* = 2 \cdot 10^3$ s$^{-1}$. Активност једног кубног сантиметра крви, извађене $t$ = 5 сати након тога, износи $a$ = 16 min$^{-1}$cm$^{-3}$. Колика је запремина крви човека? Период полураспада $_{11}Na^{24}$ је $T$ = 15 сати. (15 б.)

Константе: Планкова $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Js; маса електрона $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; елементарно наелектрисање $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; брзина светлости $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Задатке припремио: Драган Реџић
Рецензент: Ђорђе Спасојевић
Председник комисије: Мићо Митровић

**ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ**
**МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ И СПОРТА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ**
**Задаци за републичко такмичење ученика средњих школа 2005**
**IV разред**

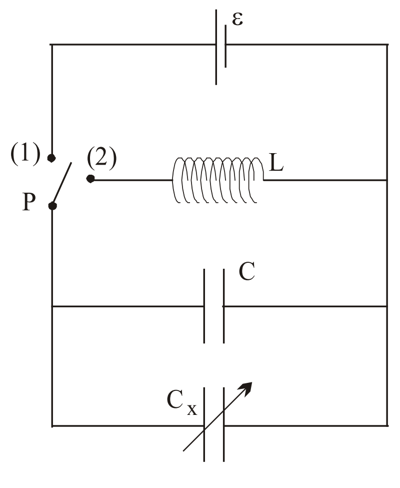
5. На слици је приказана електрична шема уређаја који је искоришћен за мерење непознате капацитивности кондензатора $C_X$ и индуктивности завојнице $L$. Уређај се састоји од кондензаторске декаде $C$ познатог капацитета, кондензатора $C_X$, и завојнице $L$ и извора сталне електромоторне силе. Постављањем преклопника P у положај 1 наелектришу се кондензатори. Након тога се прелопник пребаци у положај 2, услед чега се у систему јављају електричне осцилације чији се период $T$ мери осцилоскопом. У табели су приказани резултати мерења овог периода од капацитета декаде.

| $C$ [nF] | 0.10 | 0.15 | 0.20 | 0.25 | 0.30 | 0.35 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $T$ [μs] | 7.7 | 8.2 | 8.9 | 9.3 | 10.0 | 10.5 |
| | 7.7 | 8.4 | 8.9 | 9.5 | 9.9 | 10.5 |
| | 7.6 | 8.2 | 8.9 | 9.4 | 9.8 | 10.5 |

Напомена: Кондензаторска декада је струјни елемент чији капацитет може да се мења у одређеним корацима.

Задатак: Наћи одговарајућу функционалну зависност између величина датих у табели. Коришћењем графика одредити капацитет кондензатора $C_X$ и индуктивност завојнице $L$ и проценити њихове апсолутне грешке. Тачност мерења периода оцилоскопом је 0.1μs.

(25п)




Аутор: Андријана Жекић
Рецензент: Мићо Митровић
Председник Комисије: Мићо Митровић

**Решења задатака са републичког такмичења ученика средњих школа – 2005**
**IV разред**

1. а) Нека су $v_2$ и $V_2$ интензитети брзина пројектила и мете након судара, респективно. Из закона одржања енергије и импулса имамо $mv_1^2/2 = mv_2^2/2 + MV_2^2/2 + \Delta W_i$, (1) (2б) и $mv_2\sin\theta = MV_2\sin\varphi$ (2), (2б) $mv_1 = mv_2\cos\theta + MV_2\cos\varphi$. (3) (2б) Елиминацијом $\theta$ из (2) и (3) добијамо $m^2v_1^2 + M^2V_2^2 - 2mMv_1V_2\cos\varphi = m^2v_2^2$ (4) (2б), па елиминишући $v_2$ из (1) и (4), и решавајући по $\Delta W_i$ налазимо: $\Delta W_i = -V_2^2M(M + m)/2m + v_1 \cos\varphi\, MV_2$ ,(5) (2б) при чему $0<V_2 <(2mv_1\cos\varphi)/(M + m)$,(1б) јер $\Delta W_i >0$. б) Из (5) следи да је, за неко фиксирано $\varphi$, максимум функције $\Delta W_i$ у тачки $V_{2max}(\varphi) = mv_1\cos\varphi /(m + M)$, односно $\Delta W_{imax}(\varphi) = (v_1^2/2)\cos^2\varphi\ mM/(m + M)$. До највећег могућег повећања унутрашње енергије мете долази за $\varphi = 0$, па је $\Delta W_{imax}(\varphi = 0) = (v_1^2 /2)\, mM/(m + M)$. Тражене брзине су $\mathbf{V}_{2max} = \mathbf{v}_{2max} = m\mathbf{v}_1/(m + M)$. (6б) ц) Сада $M = m$; највеће могуће повећање унутрашње енергије мете је $\Delta W_{imax}= mv_1^2 /4$. (1б) До ексцитације једног од два атома водоника који се сударају може доћи ако је промена унутрашње енергије једног од учесника у судару најмање $3W_{ion} /4$, (2б) што се добија на основу Боровог модела (прелазак $n = 1 \rightarrow n = 2$). За брзине пројектила које задовољавају релацију $mv_1^2/4 < 3W_{ion} /4$ разматрани судар је сигурно еластичан, а за веће брзине *може* бити и нееластичан. Дакле, тражена гранична брзина $v_{1c} = (3W_{ion}/m)^{1/2}$ (1б) $\approx 6 \cdot 10^4$ m/s. (1 б) До решења под б) се може елегантније доћи у систему центра масе.

2. Енергија $\gamma$- кванта износи $h\nu = hc/\lambda \approx 8{,}04 \cdot 10^{-14}$ J $\approx 0{,}50$ MeV, (2 б) па из једначине фотоефекта $h\nu = A + E_{kin}$ налазимо кинетичку енергију фотоелектрона $E_{kin} = h\nu\,(1 - A/h\nu) \approx h\nu$ јер $A \ll h\nu$. (2 б) Из релативистичког израза за кинетичку енергију $E_{kin} = mc^2(\gamma - 1)$ где $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ добијамо $v/c \approx 0{,}86$ (5 б). (Применом нерелативистичког обрасца за кинетичку енергију добија се $v > c$.) Релативистичка једначина кретања електрона у магнетном пољу гласи $d(m\gamma\mathbf{v})/dt = -e(\mathbf{v}\times\mathbf{B})$. (3 б) Како је $dE_{kin} = -e(\mathbf{v}\times\mathbf{B}) \cdot \mathbf{v}dt = 0$, следи да је брзина електрона у магнетном пољу константног интензитета, (2 б) па електрон врши равномерно кружно кретање. (2 б) Онда се једначина кретања своди на $m(v)v^2/r = evB$, где $m(v) = m\gamma$, а r је радијус кружнице, (2 б) па је $r = m(v)v/eB$ ( 1 б) $\approx 30$ cm. (1 б)

3. Мали отвор на зиду шупље лопте са апсолутно рефлектујућим спољашњим површинама зрачи (у одличној апроксимацији) као апсолутно црно тело. Према томе, отвор лопте на температури $T_1$ (лева лопта), зрачи снагу $P_1 = \sigma T_1^4 d^2\pi/4$. (6б) Ова снага емитује се напоље у односу на отвор, тј. у просторни угао од $2\pi$ стерадијана. (6б) Према томе, отвор десне лопте апсорбује део снаге $P_1$ у износу $(P_1/2\pi r^2)d^2\pi/4$. (2б) Нека је $T_2$ равнотежна температура у десној лопти. Онда важи $\sigma T_2^4 d^2\pi/4 = \sigma T_1^4 (d^2\pi/4)^2/2\pi r^2$, (2б) па је $T_2 = T_1(1/2^{1/4})(d/2r)^{1/2}$ (1б) $\approx 307$ K. (1б)

4. Из закона радиоактивног распада, $N = N_0\, e^{-\lambda t}$, (3б) и дефиниције активности извора, $A = -dN/dt = \lambda N_0\, e^{-\lambda t}$ , (3б) налазимо $A = A^*\, e^{-\lambda t}$. (2б) Како је $A = a\, V$, где је V тражена запремина, имамо $V = (A^*/a)\, e^{-\lambda t}$. (3б) Константа распада повезана је са периодом полураспада релацијом $\lambda = (\ln 2)/T$, (2б) па је $V = (A^*/a)\, e^{-(\ln 2)\, t/T} \approx 5950$ cm$^3$. (2б)

Задатке припремио: Драган Реџић
Рецензент: Ђорђе Спасојевић
Председник комисије: Мићо Митровић

## Решења задатака са републичког такмичења ученика средњих школа – 2005
## IV разред

5. Према једначини $T = 2\pi\sqrt{LC_e} = 2\pi\sqrt{L(C + C_x)}$, следи да $T^2$ зависи линеарно од $C$ на следећи начин: $T^2 = 4\pi^2 LC + 4\pi^2 LC_x$. Члан који се налази уз $C$ одговара коефицијенту правца праве, а слободан члан $4\pi^2 LC_x$ одговара одсечку на ординати. Ради графичког решавања проблема потребно је нацртати график $T^2 = f(C)$ према следећим подацима:

| $C$ [nF] | 0.10 | 0.15 | 0.20 | 0.25 | 0.30 | 0.35 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $T$[μs] | 7.67<br>7.7 | 8.27<br>8.3 | 8.9 | 9.4 | 9.8 | 10.5 |
| $\Delta T$[μs] | 0.1 | 0.13<br>0.2 | 0<br>0.1 | 0.1 | 0.1 | 0.1 |
| $T^2$ [$10^{-12}$s$^2$] | 58.8<br>59 | 68.4<br>68 | 79.2<br>79 | 88.4<br>88 | 98.0<br>98 | 110.2<br>110 |
| $\Delta T^2$ [$10^{-12}$s$^2$] | 1.6<br>2 | 2.2<br>3 | 1.8<br>2 | 1.9<br>2 | 2.0<br>2 | 2.1<br>2 |

Вредност непознатог капацитета $C_x$ може се директно очитати са графика $T^2 = f(C)$ као одсечак на апсциси. $C_x = 0.19\text{nF}$. Један од начина процене апсолутне грешке овог одсечка је повлачењем највертикалније и најхоризонталније праве, при чему се за апсолутну грешку овог одсечка може узети половина интервала у оквиру кога се налази његова вредност. Дакле, $\Delta C_x = 0.028\text{nF} \approx 0.03\text{nF}$.

$\Rightarrow \quad C_x = (0.19 \pm 0.03)\text{nF}$.

Непозната индуктивност завојнице се одређује из вредности одсечка на ординати $b$. Пошто је $b = 4\pi^2 LC_x$, следи да је $L = \dfrac{b}{4\pi^2 C_x}$.

Вредност $b$ очитана са графика износи $b = 38 \cdot 10^{-12}\text{s}^2$, а његова апсолутна грешка као половина интервала у оквиру кога се налази ова вредност $\Delta b = 3 \cdot 10^{-12}\text{s}^2$.

$$\Rightarrow \quad b = (38 \pm 3) \cdot 10^{-12}\text{s}^2 \quad \Rightarrow \quad L = \frac{38 \cdot 10^{-12}\text{s}^2}{4\pi^2 \cdot 0.19 \cdot 10^{-9}\text{F}} = 5.1 \cdot 10^{-3}\text{H} \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta C_x}{C_x} = \frac{3}{38} + \frac{0.027}{0.19} = 0.221 \quad \Rightarrow$$

$\Delta L = 1.1 \cdot 10^{-3}\text{H} \approx 1\text{mH} \Rightarrow L = (5 \pm 1)\text{mH}$

Други начин:

Одабирањем две нееексперименатлне тачке са праве, $A$ – између прве и друге и $B$ – између последње и претпоследње експерименталне тачке, на пример $A(0.1075\text{nC}, 60 \cdot 10^{-12}\text{s}^2)$ и $B(0.325\text{nC}, 104 \cdot 10^{-12}\text{s}^2)$ одређује се коефицијент правца праве као:

$$a = \frac{T_B^2 - T_A^2}{C_B - C_A} = \frac{(104 - 60) \cdot 10^{-12}\text{s}^2}{(0.325 - 0.1075) \cdot 10^{-9}\text{F}} = 202.3 \cdot 10^{-3}\frac{\text{s}^2}{\text{F}}.$$

$\Delta(T_A^2) = 3 \cdot 10^{-12}\text{s}^2; \Delta(T_B^2) = 2 \cdot 10^{-12}\text{s}^2$ ; $\Delta x_A = \Delta x_B = 2.5 \cdot 10^{-3}\text{nF}$

$$\frac{\Delta a}{a} = \left(\frac{\Delta(T_B^2) + \Delta(T_A^2)}{T_B^2 - T_A^2} + \frac{\Delta C_B + \Delta C_A}{C_B - C_A}\right) = 0.137 \approx 14\% \Rightarrow \Delta a = 28 \cdot 10^{-3}\frac{\text{s}^2}{\text{F}} \approx 30 \cdot 10^{-3}\frac{\text{s}^2}{\text{F}} \quad \Rightarrow a = (202 \pm 30) \cdot 10^{-3}\frac{\text{s}^2}{\text{F}}$$

Пошто је $a = 4\pi^2 L$ следи да је $L = \dfrac{a}{4\pi^2} = \dfrac{202.3 \cdot 10^{-3}\frac{\text{s}^2}{\text{F}}}{4\pi^2} = 5.13 \cdot 10^{-3}\text{H}$.

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta a}{a} = 0.137 \approx 14\% \Rightarrow \Delta L = 0.7 \cdot 10^{-3}\text{H} \quad \Rightarrow L = (5.1 \pm 0.7)\text{mH}$$

Такође, пошто је $b = 4\pi^2 LC_x$, следи да је $C_x = \dfrac{b}{4\pi^2 L} = \dfrac{38 \cdot 10^{-12}\text{s}^2}{4\pi^2 5.13 \cdot 10^{-3}\text{H}} = 0.188 \cdot 10^{-9}\text{F}$.

$$\frac{\Delta C_x}{C_x} = \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta L}{L} = \frac{3}{38} + 0.137 = 0.216 = 21.6\% \quad \Rightarrow \quad \Delta C_x = 0.041 \cdot 10^{-9}\text{F} \approx 0.04 \cdot 10^{-9}\text{F}$$

$C_x = (0.19 \pm 0.04) \cdot 10^{-9}\text{F} = (0.19 \pm 0.04)\text{nF}$