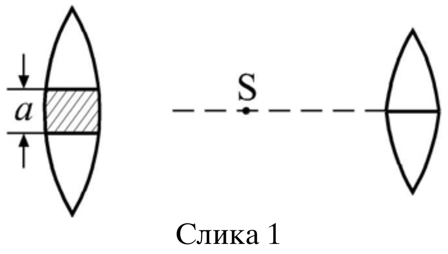
ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ И ЦРНЕ ГОРЕ
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЈЕТЕ И НАУКЕ РЕПУБЛИКЕ ЦРНЕ ГОРЕ
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ И СПОРТА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ
МИНИСТАРСТВО ЗА ПРОСВЈЕТУ, НАУКУ И КУЛТУРУ РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ
Савезно такмичење из физике ученика средњих школа школске 2004/2005. године
Општа група

1. Ректор планира тајни састанак Савета универзитета на коме би се увеле санкције Физичком факултету који је далеко прекорачио свој буџет. Секретар резервише апартмане у међузвезданом хотелу на једној атрактивној планети која кружи око звезде удаљене 10 светлосних година од Земље. Установити да ли су следеће изјаве истините или лажне ако се занемаре ефекти убрзања. а) Ректор је изјавио да, уколико узме довољно брз космички брод, по његовом часовнику путовање ће трајати само један дан. б) Референт за распоред, међутим, тврди да ма шта показивао ректоров часовник сопствено време лета ће бити много дуже од једног дана. в) Секретар, који прво мора да иде на неки састанак, каже да ће са Земље кренути 12 сати после ректора, али да ће користећи супербрзи Гама-експрес путовање за њега трајати само 12 сати и у хотел ће стићи истовремено са ректором. г) Службеник социјално-пензионог фонда упозорава да и поред тога што путовања трају само 1 дан, кад састанак почне чланови Савета ће бити биолошки старији за више од 10 година. д) Оптужени декан Физичког факултета који је некако сазнао за овај састанак каже да ни Савет ни његов извештај не могу стићи на Земљу за мање од 20 година (а до тада ће он, хвала богу, већ отићи у пензију). Одговоре образложити. (20 б.)
2. Из танког сабирног сочива жижне даљине $f = 50$ cm исечен је централни део ширине a (слика 1). Два преостала дела чврсто су приљубљена један уз други. Тачкасти извор светлости S ($\lambda = 600$ nm) постављен је испред овог бисочива (Бијеово бисочиво), као на слици, док је иза бисочива заклон на коме се запажају интерференционе пруге. Размак између суседних светлих пруга је $\Delta x = 0{,}5$ mm и практично се не мења када се заклон помера дуж осе система, остајући при томе стално нормалан на осу. Наћи a. (25 б.)
3. Батерија електромоторне силе E повезана је серијски са кондензатором капацитета C, соленоидом коефицијента самоиндукције L, диодом и отвореним прекидачем. Наелектрисање на облогама кондензатора је нула. Након затварања прекидача, кроз коло тече струја која пуни кондензатор. Одредити како јачина струје у колу зависи од времена и коначни напон између облога кондензатора. Диоду сматрати идеалном (у пропусном смеру, њен отпор је нула, у непропусном, бесконачно велики). Занемарити омски отпор соленоида и унутрашњи отпор батерије. (25 б.)
4. Рибар масе m стоји на прамцу чамца масе M и дужине L који мирује на језеру. Рибар пређе са прамца на крму и ту остане. Колико се помери чамац до свог заустављања ако је: а) вискозност воде занемарљива; (9 б.) б) трење услед вискозности воде сразмерно брзини чамца? (14 б.) Колико времена ће се чамац кретати до заустављања у првом а колико у другом случају ако је рибару потребно 7 секунди да пређе са прамца на крму у оба случаја? (7 б.)



Слика 1

Задатке припремио: Драган Реџић
Рецензент: Ђорђе Спасојевић
Председник комисије: Мићо Митровић

ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ И ЦРНЕ ГОРЕ
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЈЕТЕ И НАУКЕ РЕПУБЛИКЕ ЦРНЕ ГОРЕ
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ И СПОРТА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ
МИНИСТАРСТВО ЗА ПРОСВЈЕТУ, НАУКУ И КУЛТУРУ РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ

Савезно такмичење из физике ученика средњих школа школске 2004/2005. године

Општа група

1. а) За посматрача на Земљи, путовање ректора би трајало $1/(1 - V_R^2/c^2)^{1/2}$ земаљских дана, где је V_R брзина ректоровог космичког брода, под условом да једначина $V_R/(1 - V_R^2/c^2)^{1/2} = 10 \cdot c \cdot 365$ има решење $V_R < c$. Пошто је решење те једначине $V_R = Ac/(1 + A^2)^{1/2}$, где $A \equiv 3650$, ректорова изјава је истинита. (6б) б) Лажан исказ. (2б) в) Означавајући са V_S брзину Гама-експреса мора важити једначина $V_S/2(1 - V_S^2/c^2)^{1/2} = Ac$, чије решење је $V_S = c2A/(1 + 4A^2)^{1/2} < c$ (3б). Секретаров пут траје $1/2(1 - V_S^2/c^2)^{1/2} = [(1/4) + A^2]^{1/2}$ земаљских дана, (3б) па услов $1/2 + [(1/4) + A^2]^{1/2} = (1 + A^2)^{1/2}$ не може бити задовољен, тј. исказ секретара је лажан. (2б) г) Лажан исказ, јер је дилатација времена универзалан феномен, важи и за биолошке процесе. (2б) д) Тачан исказ јер су брзине космичких бродова сигурно мање од c. (2б)
2. Горња и доња половина бисочива формирају по један тачкаст лик извора S у складу са законима геометријске оптике, на истом месту где би га формирало *одговарајуће* цело сочиво. (3б) Претпоставимо да је извор S постављен на неком растојању $P < f$ од бисочива. Из Гаусове једначине сочива, $1/P + 1/L = 1/f$ имамо $L = Pf/(P - f) < 0$. (3б) Бисочиво формира два имагинарна лика, S_1 и S_2, лево од бисочива, на растојању $|L|$ од њега, који су симетрично распоређени у односу на осу бисочива, и налазе се на међусобном растојању $D = aP/(f - P)$. (4б) Систем представља варијанту Јунговог експерименталног уређаја, при чему су ликови S_1 и S_2 одговарајући синфазни извори. Из теорије Јунгове интерференције имамо да је $\Delta x = \lambda(R + |L|)/D$ (3б) $= \lambda[R + fP/(f - P)]\,(f - P)/aP$, где је R растојање од бисочива до заклона, односно $\Delta x = \lambda[R(f - P)/aP + f/a]$. (3б) Величина на десној страни последње једначине не зависи од R под условом да $P \to f$. (3б) У том случају имамо $a = \lambda f/\Delta x$ (1б) $=$ 0,6 mm. (1б) Није тешко увидети да претпоставка да је извор S постављен тако да је $P > f$, када су ликови S_1 и S_2 реални и налазе се десно од бисочива, не може бити усклађена са условом задатка. (4б)
3. Након затварања прекидача ($t = 0$), кроз коло тече струја јачине i која задовољава једначину $E = L\,di/dt + q/C$. (1)(3б) Диференцирајући једначину (1) по времену и користећи везу $i = dq/dt$ добијамо $Ld^2i/dt^2 + i/C = 0$, односно $d^2i/dt^2 + \omega^2 i = 0$, (2) где $\omega^2 = 1/LC$. (4б) Пошто једначина (2) има исти облик као једначина линеарног хармонијског осциловања $d^2x/dt^2 + \omega^2 x = 0$, (3) те једначине имају иста решења. Водећи рачуна да је $i(t = 0) = 0$ (ефект самоиндукције!) закључујемо да важи $i = A\sin\omega t$. (4) (6б) Амплитуду струје A налазимо из услова да у почетном тренутку мора бити $di/dt = E/L$, што се може закључити на основу једначине (1), па је $A\omega = E/L$. (3б) Струја у колу је дата једначином (4) само до тренутка $t^* = \pi/\omega$. (3б) (Након тог тренутка јачина струје у колу је 0.) Како је $di/dt = A\omega\cos\omega t$, имамо да је di/dt у тренутку $t = t^*$ једнако $-E/L$, (3б) па из једначине (1) закључујемо да је коначно наелектрисање на облогама кондензатора 2CE, односно тражени напон је 2E. (3б)

4. а) У овом случају на систем рибар-чамац не делује никаква спољашња сила хоризонталног правца, па се хоризонтална компонента импулса система одржава, односно важи $m\boldsymbol{v}_{ro} + M\boldsymbol{V}_{\check{c}} = \boldsymbol{0}$, (2б) где је $\boldsymbol{v}_{ro}$ брзина рибара у односу на обалу а $\boldsymbol{V}_{\check{c}}$ брзина чамца у односу на обалу. Пошто је $\boldsymbol{v}_r + \boldsymbol{V}_{\check{c}} = \boldsymbol{v}_{ro}$, (2б) где је $\boldsymbol{v}_r$

брзина рибара у односу на чамац, из претходних једначина налазимо $m\boldsymbol{v}_r$ +(M + m)$\boldsymbol{V}_{Č}$ = $\mathbf{0}$. Одавде је $V_{Č}$ = $v_r\, m/(M + m)$, (2б) одакле непосредно следи да се чамац креће дуж хоризонталног правца само док се и рибар креће (7 секунди), као и да се чамац помери за растојање $Lm/(M + m)$. (4б) б) Сада је једначина кретања система рибар-чамац дуж хоризонталног правца $d\,[m\boldsymbol{v}_r + (M + m)\boldsymbol{V}_{Č}]/dt = -K\boldsymbol{V}_{Č}$,(4б) где је K константа. Узимајући да се хоризонтални правац поклапа са правцем x-осе, интеграцијом претходне једначине налазимо $m\boldsymbol{v}_r + (M + m)\boldsymbol{V}_{Č} = -K(x - x_0)\boldsymbol{i}$, (5б) где је x координата произвољне али фиксиране тачке чамца а x_0 њена почетна вредност; $\boldsymbol{i}$ је орт x-осе. (Вредност интеграционе константе, Kx_0, одређена је из услова да су у почетном тренутку рибар и чамац у миру.) Будући да последња једначина важи у сваком тренутку кретања система, и будући да на крају и рибар и чамац опет мирују, следи да је коначна вредност x једнака x_0, односно да се чамац зауставља у свом почетном положају. (5б) У неком тренутку $t = t^*$ кад рибар стигне на крму, координата посматране тачке чамца има неку вредност x^*, а брзина чамца *у том тренутку* је дата изразом $(M+m)\boldsymbol{V}_{Č}^* = -K(x^* - x_0)\boldsymbol{i}$. (2б) За $t > t^*$, једначина кретања система је $d\,[(M + m)\boldsymbol{V}_{Č}]/dt = -K\boldsymbol{V}_{Č}$, односно $dV_{Č} = -\alpha\, V_{Č}\, dt$, (2б) где $\alpha \equiv K/(M + m)$. Интеграцијом последње једначине, узимајући да је сада t^* почетни тренутак, налазимо $V_{Č} = V_{Č}^* \exp(-\alpha t)$, (1б) одакле непосредно следи да ће се чамац веома дуго кретати до свог коначног заустављања. (1б)

Задатке припремио: Драган Реџић
Рецензент: Ђорђе Спасојевић
Председник комисије: Мићо Митровић